2020年度　　〔試験時間　100分〕

T 1　数　学

この冊子は，数学の問題で1ページより14ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号と入試方式をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆（ＨＢまたはＢ）を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

（下書き用紙）

（下書き用紙）

以下の問題においては，$\boxed{}$ 内の1つのカタカナに 0 から 9 までの数字が1つあてはまる。その数字を解答用マークシートにマークしなさい。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は，上位の桁を 0 として，右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし，値が整数の場合は分母を 1 としなさい。根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えなさい。 (25 点)

(1) 白玉 n 個と赤玉 n 個が入った袋がある。この袋から同時に 2 個の玉を取り出すとき，取り出された 2 個の玉が同じ色である確率を p_n とすると

$$p_4 = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}, \quad p_{10} = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ\,オ}}$$

である。

(2) 白玉 n 個，赤玉 n 個，および青玉 n 個が入った袋がある。この袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，取り出された 3 個の玉がすべて同じ色である確率を q_n，取り出された 3 個の玉がすべて異なる色である確率を r_n とすると

$$q_4 = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ\,ク}}, \qquad r_{10} = \frac{\boxed{ケ\,コ}}{\boxed{サ\,シ\,ス}}$$

である。

(3) 1 から 30 までの番号をつけた 30 枚のカードがある。

(a) 30 枚のカードから 2 枚のカードを同時に取り出すとき，取り出された 2 枚のカードに書かれた番号の和が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{セ\,ソ}}{\boxed{タ\,チ}}$ である。

(b) 30 枚のカードから 3 枚のカードを同時に取り出すとき，取り出された 3 枚のカードに書かれた番号の和が 3 の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{ツ\,テ}}{\boxed{ト\,ナ\,ニ}}$ である。

（下書き用紙）

2　関数 $f(x)$ を $f(x)=|x^2-3x|-x$ とする。また関数 $g(x)$ を $g(x)=f\bigl(f(x)\bigr)$ とする。このとき，以下の問いに答えなさい。 (25 点)

(1)　方程式 $f(x)=k$ が異なる 4 個の実数解をもつ定数 k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ア}} < k < \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2)　関数 $g(x)$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ における最大値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，最小値は $-\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　方程式 $g(x)=-3$ の解は

$$x=\boxed{\text{オ}}+\sqrt{\boxed{\text{カ}}},\quad \boxed{\text{キ}}-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

（下書き用紙）

$\boxed{3}$ 以下の問いに答えなさい。 (25点)

(1) 実数 x，y が

$$|x| + |y| = 4$$

を満たすとき，$\sqrt{x^2+y^2}$ の最大値は $\boxed{ア}$ であり，最小値は $\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}$ である。

(2) 実数 x，y が

$$|x+y| + |x-y| = 8$$

を満たすとき，$\sqrt{x^2+y^2}$ の最大値は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}$ であり，最小値は $\boxed{カ}$ である。

(3) 実数 x，y が

$$|2x+y| + |2x-y| + |x+2y| + |x-2y| = 24$$

を満たすとき，$\sqrt{x^2+y^2}$ の最大値は $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ であり，最小値は $\boxed{ケ}$ である。

（下書き用紙）

$\boxed{4}$ 台形 OABC が，辺 OA を直径とする円に内接している。OA の長さを 2，台形の内角 $\angle\mathrm{AOC} = \alpha$ とするとき，以下の問いに答えなさい。　(25 点)

(1) 辺 OC および BC の長さを α を用いて表すと，

$\mathrm{OC} = \boxed{ア}\cos\alpha$，$\mathrm{BC} = \boxed{イ} - \boxed{ウ}\cos^2\alpha$ である。

(2) α のとり得る値の範囲は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\pi < \alpha < \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi$ である。α がこの範囲を動くとき，台形 OABC の面積は $\alpha = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\pi$ で最大値 $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\sqrt{\boxed{シ}}$ をとる。

(3) 座標平面において，点 O を原点に，点 A を $(2,\ 0)$ にとる。$\mathrm{OP}+\mathrm{AP} = \mathrm{OC}+\mathrm{AC}$ を満たす動点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の軌跡を表す方程式は

$$\frac{(x - \boxed{ス})^2}{\boxed{セ} + \boxed{ソ}\cos\alpha\sin\alpha} + \frac{y^2}{\boxed{タ}\cos\alpha\sin\alpha} = 1$$

である。

（下書き用紙）

5 以下の定積分の値を求めなさい。ただし，e は自然対数の底で，$\log x$ は x の自然対数を表す。 (25 点)

(1) $\displaystyle\int_1^e \frac{1+\log x}{2x}dx = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$

(2) $\displaystyle\int_1^3 \log\left(1+\frac{1}{x}\right)dx = \boxed{ウ}\log\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$

(3) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^5 x\,dx = \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ\,ク}} - \frac{\boxed{ケ\,コ}}{\boxed{サ\,シ\,ス}}\sqrt{\boxed{セ}}$

（下書き用紙）

$\boxed{6}$ 座標空間において，点 A$(\sqrt{2},\ 0,\ 0)$，点 B$(0,\ 0,\ \sqrt{2})$ をとる。A，B を頂点にもつ正四面体 ABCD を考える。以下の問いに答えなさい。 (25 点)

(1) この正四面体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

次に辺 AB を軸としてこの正四面体を 1 回転させてできる立体を考える。

(2) A，B 以外の頂点が描く軌跡上の点の z 座標を q とする。q のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\left(\sqrt{\boxed{\text{カ}}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right) \leqq q \leqq \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\left(\sqrt{\boxed{\text{カ}}}+\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right)$$

と表される。

(3) この立体の体積は $\boxed{\text{ク}}\,\pi$ である。