

A 2

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 7 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。
2 箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。ただし、分数は既約分数（それ以上約分できない分数）の形で表すこと。また、根号を含む値は、根号の中の自然数が最小になる形で表すこと。(60 点)

自然数 n に対して、関数 $f_n(x)$, $g_n(x)$ を

$$f_n(x) = 2 \left(\frac{x}{2} \right)^{-\frac{1}{n}}, \quad g_n(x) = 2 \left(\frac{x}{2} \right)^{-n} \quad (x > 0)$$

と定める。また、座標平面において、原点を中心とする半径 r_n の円 C_n が、曲線 $y = f_n(x)$, $y = g_n(x)$ のそれぞれと、第一象限においてただ 1 つの共有点をもつとする。

(1) 円 C_1 と曲線 $y = f_1(x)$ の共有点の座標は (ア, イ) である。

(2) $n \geq 2$ とする。このとき、2 曲線 $y = f_n(x)$, $y = g_n(x)$ はただ 1 つの共有点をもち、その座標は (ウ, エ) である。

(3) $r_2 = 2$ オカ $\sqrt{\text{キ}}$ である。

(4) n が自然数全体の集合を動くとき、 r_n は、 $n =$ ク のとき、最大値 ケ $\sqrt{\text{コ}}$ をとる。

(5) $n \geq 2$ のとき、円 C_n と 2 曲線 $y = f_n(x)$, $y = g_n(x)$ で囲まれた図形の面積を S_n とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{n} = 0$ ということなどから、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \text{サ} - \text{シ} \pi$$

であることがわかる。

(下書き用紙)

問題 **2** の解答は**解答用紙**に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 $\{a_n\}$ をすべての項が自然数であるような数列とする。また、 $\{p_n\}$, $\{q_n\}$ を

$$p_1 = 1, \quad p_2 = a_1, \quad p_n = a_{n-1}p_{n-1} + p_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

$$q_1 = 0, \quad q_2 = 1, \quad q_n = a_{n-1}q_{n-1} + q_{n-2} \quad (n \geq 3)$$

により定まる数列とする。 (40 点)

(1) $p_n q_{n+1} - p_{n+1} q_n$ の値を n の式で表せ。

(2) p_n と q_n の最大公約数を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{p_n}{q_n} - \frac{p_{n+1}}{q_{n+1}} \right)$ を求めよ。

(4) a を自然数の定数とし、すべての自然数 n に対して $a_n = a$ である場合を考える。

(a) p_n と q_{n+1} の間の関係を、できるだけ簡潔な式で表せ。

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_n}{q_n}$ を求めよ。

(下書き用紙)

