

F 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 13 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。
2 箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

以下の問題 1 2 3 において、 内のカタカナの 1 文字にあてはまる 0 から 9 までの数字を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数で表しなさい。また、根号内の に対しては、根号の中に現れる正の整数が最小となる形で答えなさい。なお、ア のようなカタカナ 1 文字は 1 桁の数を表し、アイ のようなカタカナ 2 文字は 2 桁の数を表すものとします。

1 (16 点)

2 次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x - 2$$

と定める。 a , b を実数として、 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動した放物線を C とする。 C をグラフにもつ 2 次関数を $g(x)$ とする。

(1) $a = 4$, $b = -2$ のとき

$$g(x) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}x^2 - \text{ウエ}x + \text{オカ}$$

と書ける。

(2) 2 次関数 $g(x)$ が $x = -4$ で最小値 5 をとるとき

$$a = -\text{キ}, \quad b = \frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$$

である。

(3) 2 次方程式 $g(x) = 0$ が重解 $x = 3$ をもつとき

$$a = \text{サ}, \quad b = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$$

である。

- (4) 2次方程式 $g(x) = 0$ が異なる2つの実数解 α, β ($\alpha < \beta$) をもち、 $\beta - \alpha = 5$ を満たすとき

$$b = -\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

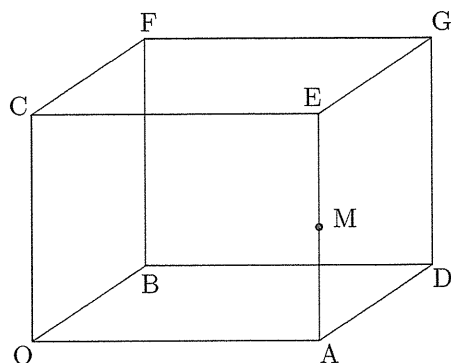
2

(16 点)

右の図の直方体 OADB-CEGF におい

て, $OA = \sqrt{2}$, $OB = OC = 1$ とする。

さらに, 辺 AE の中点を M とする。



- (1) $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OM}$ の大きさは, それぞれ

$$|\overrightarrow{OG}| = \boxed{\text{ア}}, \quad |\overrightarrow{OM}| = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり, $\overrightarrow{OG}$ と $\overrightarrow{OM}$ の内積 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OM}$ は

$$\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OM} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

- (2) 三角形 OGM の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

- (3) 3 点 O, G, M の定める平面を α とし, 点 C から平面 α に垂線 CH を下ろす。

このとき

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \overrightarrow{OG} - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}} \overrightarrow{OM}$$

である。

(下書き用紙)

3 (16 点)

- (1) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x \cos x dx$ を計算すると

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x \cos x dx = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

となる。

- (2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos x dx$ を計算すると

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos x dx = \frac{\pi}{\boxed{\text{ウエ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}}$$

となる。

- (3) 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = 3 \sin x + x \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(t) \cos t dt$$

を満たすとする。このとき、 $f(x)$ は

$$f(x) = \boxed{\text{ク}} \sin x + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}} - \boxed{\text{シス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}} \pi} x$$

と書ける。

(下書き用紙)

問題 4 の解答は解答用紙 4 に記入しなさい。

4 (26 点)

以下の設問に答えなさい。ただし、空欄 (あ) ～ (き) については、適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

k を実数とし、複素数 α を $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ と定める。ここで、 i は虚数単位を表す。

(1) α^{-4} を $u + vi$ (u, v は実数) の形に表すと

$$u = \boxed{\text{(あ)}}, \quad v = \boxed{\text{(い)}}$$

となる。

(2) 複素数平面上で、 α^{-4} を表す点を Q 、 k を表す点を K とする。点 K を中心にして、点 Q を反時計回りに $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転させた点を $P(x + yi)$ とする。実数 x, y を k の式で表すと

$$x = \boxed{\text{(う)}}, \quad y = \boxed{\text{(え)}}$$

となる。

- (3) Q, K, P を (2) で定めた点とし, $k = 3$ のときを考える。複素数平面上の三角形 QKP の外接円を C とする。このとき, C の中心を $a + bi$ (a, b は実数) の形に表すと

$$a = \boxed{\text{(お)}}, \quad b = \boxed{\text{(か)}}$$

となり, C の半径を r とすると

$$r = \boxed{\text{(き)}}$$

となる。なお, (お) と (か) の値を導く過程を解答用紙の所定の欄に書きなさい。

問題 5 の解答は解答用紙 5 に記入しなさい。

5 (26 点)

以下の設問に答えなさい。ただし、空欄 (あ) ～ (か) については、適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

a を実数, p, q を正の実数とし, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = |x - a| |x - a - p| |x - a - p - q|$$

と定め, さらに,

$$I = \int_a^{a+p+q} f(x) dx$$

と定める。

- (1) x が実数全体を動くとき, $f(x)$ を極大にする x の個数は (あ) 個であり, 極小にする x の個数は (い) 個である。

- (2) $p = q = 1$ のとき,

$$I = \text{(う)}$$

となる。

(3) 正の実数 p, q が

$$\frac{\sqrt{3}}{3}p \leq q \leq \sqrt{3}p, \quad p^2 + q^2 = 1$$

を満たしながら動くとする。このとき、 $t = pq$ において、 I を t の式で表すと

$$I = \frac{\boxed{\text{(え)}}}{12}$$

となり、 I のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{(お)}} \leq I \leq \boxed{\text{(か)}}$$

となる。なお、(お) と (か) の値を導く過程を解答用紙の所定の欄に書きなさい。

