平成30年度　　　　　　　　　　　　　　　　〔試験時間　80分〕

E 2　　数　　学

この冊子は，数学の問題で１ページより３ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆（ＨＢまたはＢ）を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横１行について１箇所に限ります。
２箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ の解答は**解答用マークシート**にマークせよ。

$\boxed{1}$ $\boxed{}$内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め，その数字を**解答用マークシート**にマークせよ。ただし，分数は既約分数（それ以上約分できない分数）の形に表すものとする。

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = e^{-x}\sin x$$

と定める。ただし, e は自然対数の底とする。

(50 点)

(1)

$$\int f(x)dx = -\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}e^{-x}(\cos x + \sin x) + C$$

であり,

$$\int_0^{\pi} f(x)dx = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}e^{-\pi} + \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}},$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} f(x)dx = -\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}e^{-2\pi} - \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}e^{-\pi}$$

である。ただし，C は積分定数とする。

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ において，$f(x)$ は

$$x = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\pi$$

のとき，最大値

$$\frac{1}{\sqrt{\boxed{ス}}}\left(e^{-\pi}\right)^{\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}}$$

をとり, また,

$$x = \frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\pi$$

のとき，最小値

$$-\frac{1}{\sqrt{\boxed{ツ}}}\left(e^{-\pi}\right)^{\frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}}$$

をとる。

(3) k を自然数とし，座標平面において曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた領域のうち，x 座標が $(k-1)\pi \leqq x \leqq k\pi$ を満たす部分の面積を S_k とするとき，

$$S_k = e^{-(k-1)\pi}\left(\frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}e^{-\pi} + \frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}\right)$$

であり，

$$\sum_{k=1}^{\infty} S_k = \frac{e^{\pi}}{e^{\pi}-\boxed{ノ}}\left(\frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}e^{-\pi} + \frac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}\right)$$

である。

(4) $f(x)$ の $0 \leqq x$ における極大値を大きい順に $M_1, M_2, \cdots$ とし，区間 $0 < x$ における極小値を小さい順に $m_1, m_2, \cdots$ とするとき，

$$\sum_{i=1}^{\infty} M_i = \frac{(e^{\pi})^{\frac{\boxed{ホ}}{\boxed{マ}}}}{\sqrt{\boxed{ミ}}(e^{2\pi}-1)},$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} m_i = -\frac{(e^{\pi})^{\frac{\boxed{ム}}{\boxed{メ}}}}{\sqrt{\boxed{モ}}(e^{2\pi}-1)}$$

である。

問題 $\boxed{2}$ の解答は**解答用紙**に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

$\boxed{2}$ t を実数とし，複素数 $\alpha(t), \beta(t)$ をそれぞれ $\alpha(t) = \cos 2t + i \sin 3t$, $\beta(t) = (-\cos 2t - i \sin 3t)(1+i)$ とおく。
以下の問に答えよ。 (50 点)

(1) $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ となる実数 t_1 と t_2 で $-\frac{\pi}{2} < t_1 < t_2 < \frac{\pi}{2}$ を満たすものを求めよ。

(2) t を実数とする。$x = \cos 2t, y = \sin 3t$ とおくとき，y^2 を x の多項式で表せ。

(3) **(1)** で求めた t_1, t_2 に対して，実数 t が $t_1 \leqq t \leqq t_2$ となるすべての値を取るとき，$\alpha(t)$ が複素数平面上に描く曲線で囲まれた領域の面積を求めよ。

(4) **(1)** で求めた t_1, t_2 に対して，実数 t が $t_1 \leqq t \leqq t_2$ となるすべての値を取るとき，$\beta(t)$ が複素数平面上に描く曲線で囲まれた領域の面積を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。