平成30年度　　　〔試験時間　100分〕

Q 1　　数　　　学

この冊子は，数学の問題で1ページより5ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆（ＨＢまたはＢ）を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。
2箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

以下の問題 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ において，$\boxed{}$ 内のカタカナの1文字にあてはまる0から9までの数字を求めて，解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし，分数は既約分数で表しなさい。また，根号内の $\boxed{}$ に対しては，根号の中に現れる正の整数が最小となる形で答えなさい。なお，$\boxed{ア}$ のようなカタカナ1文字は1桁(けた)の数を表し，$\boxed{アイ}$ は2桁の数を表すものとします。

$\boxed{1}$ (15点)

$$f(x) = \frac{\sin x + \sqrt{3}\cos x + 1}{2\sin x + 2\sqrt{3}\cos x + 6} \quad (0 \leqq x < 2\pi) \text{ とおく。}$$

(1) $f(\pi) = -\dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ である。また，$f(x) = f(\pi)$ となる π 以外の x の値は $x = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\pi$ である。

(2) $f(x) = 0$ となる x は，小さいものから順に，$x = \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\pi$, $x = \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\pi$ である。

(3) $f(x)$ は，$x = \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\pi$ のとき最大値 $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ をとり，$x = \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\pi$ のとき最小値 $-\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ をとる。

右のページは白紙です。

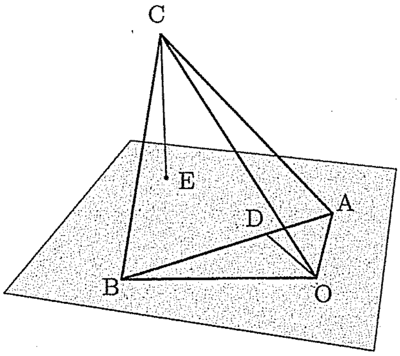
$\boxed{2}$ (15 点)

四面体 OABC において，$OA = 2$，$OB = 3$，$AB = 4$，$OC = 5$，$\angle AOC = 60°$，$\angle BOC = 60°$ とする。さらに，頂点 O から辺 AB へ下ろした垂線と AB との交点を D，頂点 C から面 OAB を含む平面へ下ろした垂線とその平面との交点を E とする。

(1) $\overrightarrow{OD} = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}\overrightarrow{OA} + \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}\overrightarrow{OB}$ である。

(2) $\overrightarrow{CE} = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{OA} + \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ である。

(3) 四面体 OABC の体積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。



右のページは白紙です。

$\boxed{3}$ (15 点)

一般に, 複素数 z と共役な複素数を $\bar{z}$ で表す。複素数 z に対する条件 $\bar{a}z-a\bar{z}+2i=0$ を考える。$z=-1-3i$ と $z=1+i$ の両方がこの条件を満たすとする。 ただし, a は複素数の定数, i は虚数単位とする。

(1) $a=\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}i$ である。

(2) $z=x+yi$ が上の条件を満たすとき, $y=\boxed{\text{ウ}}x-\boxed{\text{エ}}$ が成り立つ。ただし, x, y は実数である。

(3) 上の条件を満たす複素数 z に対して, $w=\dfrac{1}{z}$ を満たす複素数 w を考える。$w=u+vi$ とおくとき, u と v の間には以下の関係式が成立する。ただし, u, v は実数である。

$$\left(u-\boxed{\text{オ}}\right)^2+\left(v-\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)^2=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

(4) (3) の w について以下の式が成り立つ。

$$w\overline{w}-\left(\boxed{\text{コ}}-\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}i\right)w-\left(\boxed{\text{ス}}+\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}i\right)\overline{w}=\boxed{\text{タ}}$$

右のページは白紙です。

$\boxed{4}$ (15 点)

1 個のさいころを 3 回投げ，i 回目 $(i=1,2,3)$ に出た目を a_i とする。座標平面内のベクトル $\vec{u}_i$ を $\vec{u}_i=\left(\cos\dfrac{a_i\pi}{3}, \sin\dfrac{a_i\pi}{3}\right)$ により定める。

(1) $\vec{u}_1+\vec{u}_2=\vec{0}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\vec{u}_1+\vec{u}_2$ の大きさが 1 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) $\vec{u}_1+\vec{u}_2+\vec{u}_3=\vec{0}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(4) $\vec{u}_1+\vec{u}_2+\vec{u}_3$ の大きさが 1 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{5}$ の解答は解答用紙に記入しなさい。解答は答のみではなく，途中の過程も記述すること。

$\boxed{5}$ (40 点)

座標平面上の放物線 $y = x^2$ を C とする。t を正の実数とし，C 上の点 (t, t^2) を P とする。点 P における法線を ℓ とし，ℓ と C の交点のうちで点 P と異なるものを Q とする。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) 点 Q の座標を t を用いて書き表せ。

x 軸上の点で点 Q と同じ x 座標をもつものを R，直線 ℓ と x 軸との交点を S とおく。

(3) t がすべての正の実数を動くとき，線分 RS の長さの最小値とそのときの t の値を求めよ。

(4) 線分 RS の長さが最小となるときの直線 ℓ と曲線 C で囲まれた図形の面積を求めよ。