

B 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に受験番号と氏名を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。
2 箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

以下の問題 1, 2, 3, 4 において, 内のカタカナの 1 文字にあてはまる 0 から 9 までの数字を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数で表しなさい。また, 根号内の に対しては, 根号の中に現れる正の整数が最小となる形で答えなさい。なお, ア のようなカタカナ 1 文字は ^{けた}1 桁の数を表し, アイ のようなカタカナ 2 文字は 2 桁の数を表すものとします。

1 (15 点)

- (1) $\frac{2x-5}{4x^2-1} > 0$ を満たす実数 x の値の範囲は

$$-\frac{\frac{\text{ア}}{\text{イ}}}{\text{エ}} < x < \frac{\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}}{\text{カ}}, \quad \frac{\frac{\text{オ}}{\text{カ}}}{\text{カ}} < x$$

である。

- (2) $\frac{2x-5}{4x^2-1} > -1$ を満たす実数 x の値の範囲は

$$x < -\frac{\frac{\text{キ}}{\text{ク}}}{\text{ク}}, \quad -\frac{\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}}{\text{コ}} < x < \frac{\frac{\text{サ}}{\text{シ}}}{\text{シ}}, \quad \frac{\text{ス}}{\text{シ}} < x$$

である。

- (3) $\frac{2^{x+1}-5}{4^{x+1}-1} > -1$ を満たす実数 x の値の範囲は

$$x < -\frac{\text{セ}}{\text{セ}}, \quad \frac{\text{ソ}}{\text{ソ}} < x$$

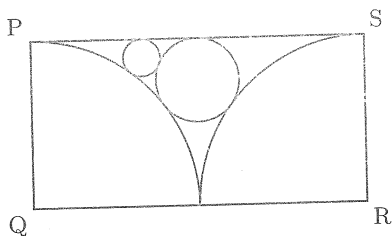
である。

右のページは白紙です。

2

(15 点)

図の四角形 PQRS は縦の長さが 1, 横の長さが 2 の長方形である。図の中の, 頂点 Q を中心とする半径 1 の扇形の弧の部分をも D_1 , 頂点 R を中心とする半径 1 の扇形の弧の部分をも D_2 とする。図のように弧 D_1, D_2 と辺 PS のすべてに接する円をも C_1 とする。さらに, 弧 D_1 と円 C_1 と辺 PS のすべてに接するような円をも C_2 とする。



- (1) 円 C_1 の半径 r_1 は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。長方形の頂点 Q と円 C_1 の中心を結ぶ線分と,

長方形の辺 QR のなす角の大きさを θ_1 とするとき, $\sin \theta_1$ の値は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$, $\cos \theta_1$ の値は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

- (2) 円 C_2 の半径 r_2 は $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である。長方形の頂点 Q と円 C_2 の中心を結ぶ線分と,

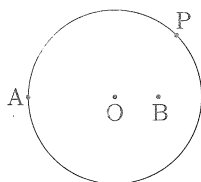
長方形の辺 QR のなす角の大きさを θ_2 とするとき, $\sin \theta_2$ の値は $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$, $\cos \theta_2$ の値は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である。

右のページは白紙です。

3

(15 点)

点 O を中心とする半径 1 の円 C において、点 A は円 C の周上の点、点 B は円 C の内部の点で、点 A 、点 O 、点 B はこの順で一直線上に並んでおり、線分 OB の長さは $\frac{1}{2}$ であるとする。 P を円 C の周上の点とする。



(1) 円 C の周上の点 P が $\angle AOP$ が直角となる位置にあるとき、線分 AP と線分

BP の長さの和は $\sqrt{\boxed{\text{ア}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、 $\cos \angle APB$ の値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(2) 点 P が円 C の周上を動くとき、線分 AP と線分 BP の長さの和の最小値は

$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ 、最大値は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

右のページは白紙です。

4

(15 点)

2 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を,

$$\begin{cases} a_1 = 1, b_1 = \sqrt{3} \\ a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n - \frac{\sqrt{3}}{4}b_n, b_{n+1} = \frac{\sqrt{3}}{4}a_n + \frac{1}{4}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

によって定義し、実部が a_n 、虚部が b_n である複素数 z_n を考える。

(1) $z_{n+1} = \alpha z_n$ を満たす複素数 α は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}} i$ である。ただし、 i を虚数単位とする。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項は,

$$\begin{cases} a_n = \left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \right)^{n-2} \times \cos \left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi n \right) \\ b_n = \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)^{n-2} \times \sin \left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi n \right) \end{cases}$$

となる。

(3) 複素数平面上において、複素数 z_n を表す点を P_n とし、線分 $P_n P_{n+1}$ の長さを L_n とすると、 $L_1 = \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ となり、さらに、 $\sum_{n=1}^{\infty} L_n = \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ となる。

右のページは白紙です。

問題 **5** の解答は解答用紙に記入しなさい。解答は答のみでなく、途中の過程も記述すること。

5 (40 点)

座標平面において E を

$$\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

で表される楕円とする。また、 E 上の点 $P\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ における E の接線を ℓ_1 とする。

(1) ℓ_1 の傾きを求めよ。

ℓ_1 上の点で x 座標が $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ であるものを A とする。

(2) 点 A の y 座標を求めよ。

(3) 点 A を通り、傾きが m である直線と楕円 E が共有点をもつとき、その共有点の x 座標を m の式で表せ。

点 A を通り、楕円 E に接する直線で ℓ_1 とは異なるものを ℓ_2 とする。

(4) ℓ_2 の傾きを求めよ。

楕円 E と ℓ_2 の接点を Q とする。

(5) 点 Q の座標を求めよ。

(6) 三角形 PAQ の内部と楕円 E の内部の共通部分の領域を y 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

