

D 1

数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の (1) から (3) において、 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートにマークせよ。また、 内のひらがなにあてはまる + か - の記号を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ の数を表すものとする。また、ア などが 2 度以上現れる場合、2 度目以降は ア のように網掛けで表記するものとする。なお、分数は既約分数（それ以上約分できない分数）の形で表すこと。 (40 点)

(1) 円 $x^2 + y^2 = 4$ を C とし、直線 $y = a(x - 4)$ を ℓ とする。

(a) C と ℓ が共有点をもつような a の値の範囲は

$$-\frac{\frac{\text{ア}}{\sqrt{\text{イ}}}}{\sqrt{\text{エ}}} \leq a \leq \frac{\frac{\text{ウ}}{\sqrt{\text{エ}}}}{\sqrt{\text{エ}}}$$

である。

(b) ℓ が C と 2 点で交わるとき、その 2 つの交点の中点を P とする。また、 ℓ が C と接するとき、その接点を P とする。このとき、点 P は曲線

$$\frac{(x - \frac{\text{オ}}{\text{カ}})^2}{\frac{\text{カ}}{\text{ク}}} + \frac{(y - \frac{\text{キ}}{\text{ク}})^2}{\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}} = 1$$

上にある。

(c) a が (a) で求めた範囲を動くとき、(b) で定めた点 P が描く曲線の長さは

$$\frac{\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}}{\text{コ}} \pi$$

である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

(2) $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ とする。すべての実数 a, b, c について

$$\int_0^1 (ax^2 + bx + c)f(x)dx = 0$$

であるような定数 p, q, r の値は

$$p = \boxed{\text{あ}} \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \quad q = \boxed{\text{い}} \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad r = \boxed{\text{う}} \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} \boxed{\text{チ}}}$$

である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

- (3) 座標空間内に 5 点 $A(0, 0, 0)$, $B(1, -1, 1)$, $C(-1, 1, 1)$, $D(2, 2, 2)$, $P\left(a + 2b, \frac{2}{a+b}, b\right)$ をとる。

(a) 三角形 ABC の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(b) 3 点 A, B, C の定める平面が直線 DP に垂直になるような a, b の値は

$$a = -\boxed{\text{テ}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}}}, b = \boxed{\text{ナ}}$$

と

$$a = -\boxed{\text{ニ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}, b = \boxed{\text{ネ}}$$

である。

(c) $a = -\boxed{\text{ニ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$, $b = \boxed{\text{ネ}}$ のとき, 線分 DP の長さは

$$\sqrt{\boxed{\text{ノ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$$

であり, 四面体 $ABCD$ の体積と四面体 $ABCP$ の体積の和は

$$\frac{\boxed{\text{ヒ}} + \boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{3}$$

である。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

2 i は虚数単位とする。 (25 点)

(1) t を実数とし、 $z = \sin t + i \cos 2t$ とする。 t が $0 \leq t < 2\pi$ の範囲を動くとき、複素数平面上の点 z が描く曲線の概形を図示せよ。

(2) 点 z が (1) で求めた曲線上を動くとき、 $|z|$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) s, t を実数とし、 $z = (\cos s + i \sin s)(\sin t + i \cos 2t)$ とする。 s, t がそれぞれ $0 \leq s < 2\pi, 0 \leq t < 2\pi$ の範囲を動くとき、複素数平面上の点 z はある図形をなす。この図形の概形を図示せよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。

問題 **3** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

3 座標平面上に 3 点 $A(a_1, a_2)$, $B(0, 0)$, $C(1, 0)$ をとる。ただし $a_2 > 0$ とする。

AB を 1 辺とする正三角形の面積を S_1 , AC を 1 辺とする正三角形の面積を S_2 ,
三角形 ABC の面積を S_3 とし, $M = S_1 + S_2 + S_3$ とおく。次の問いに答えよ。

(35 点)

- (1) $AB \perp AC$ であるための必要十分条件を a_1, a_2 の式で表せ。
- (2) a_1, a_2 が (1) で求めた式をみたすとき, M のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ であるための必要十分条件を a_1, a_2 の式で表せ。
- (4) a_1, a_2 が (3) で求めた式をみたすとき, M のとり得る値の範囲を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。