

# C 2 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
  - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
  - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。



問題 1 の解答は解答用マークシートにマークせよ。

1 次の ア から チ において、 内のカタカナにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数を解答用マークシートにマークせよ。ただし、 は 1 桁の数、 は 2 桁の数、 は 3 桁の数を表す。

(50 点)

0 から 3 までの整数を表す数字の集合  $S = \{0, 1, 2, 3\}$  の 3 つの部分集合  $A, B, C$  が  $0 \in A \cap B \cap C$  をみたすように与えられているとする。これらの集合  $A, B, C$  を使って、各桁の数字が 0, 1, 2, 3 のいずれかであるような整数に関する以下の 3 つの条件 (P) を定める。

- (P) { 
  - 少なくとも 2 つの桁をもち、最上位の桁の数字は 1 である。
  - もし、1 の位<sup>くわい</sup>の桁以外のある桁の数字が 0 であれば、その桁の右側にあるすべての桁の数字も 0 である。
  - 1 の位以外の桁の数字が 1 であればその右隣の桁の数字は集合  $A$  に属し、2 であればその右隣の桁の数字は集合  $B$  に属し、3 であればその右隣の桁の数字は集合  $C$  に属する。

例えば、 $S$  の 3 つの部分集合として  $A = \{0, 2\}, B = \{0, 3\}, C = \{0, 1\}$  が与えられている場合、整数 12300 については、最上位の桁の数字は 1 であり、その右隣の桁の数字は 2 であり、さらにそれ以下の桁の数字は左から順に 3, 0, 0 であるため、12300 は (P) の 3 つの条件をすべてみたす 5 桁の整数である。整数 12312 も (P) の 3 つの条件をすべてみたす 5 桁の整数である。

- (1)  $A = \{0, 1, 3\}, B = \{0, 1\}, C = \{0, 3\}$  であるとき、(P) の 3 つの条件をすべてみたす  $n$  桁の整数のうち、1 の位の数字が 0 でないものの個数を  $a_n$  とすると、 $a_2 = \text{ア}$ 、 $a_3 = \text{イ}$ 、 $a_4 = \text{ウ}$ 、 $a_5 = \text{エ}$  である。また、 $\sum_{n=2}^{28} a_n = \text{オカキ}$  である。
- (2)  $A = \{0, 1, 2\}, B = \{0\}, C = \{0, 1\}$  であるとき、(P) の 3 つの条件をすべてみたす  $n$  桁の整数のうち、1 の位の数字が 0 でないものの個数を  $b_n$  とすると、 $b_3 = \text{ク}$ 、



$b_4 = \boxed{\text{ケ}}, b_5 = \boxed{\text{コ}}$  である。

- (3)  $A = \{0, 2, 3\}, B = \{0, 1\}, C = \{0, 1\}$  であるとき, (P) の 3 つの条件をすべてみたす  $n$  桁の整数のうち, 1 の位の数字が 0 でないものの個数を  $c_n$  とすると,  $c_4 = \boxed{\text{サ}}, c_5 = \boxed{\text{シ}}$  である。また,  $c_n > 2016$  をみたす 2 以上の自然数  $n$  のうち最小のものは  $\boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}}$  である。

- (4) (P) の 3 つの条件をすべてみたす 2 桁の整数が 10 だけになるように  $S$  の 3 つの部分集合  $A, B, C$  を与える方法は, 全部で  $\boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}}$  通りある。

- (5) (P) の 3 つの条件をすべてみたす 3 桁の整数が 100, 120, 130 の 3 つだけになるように  $S$  の 3 つの部分集合  $A, B, C$  を与える方法は, 全部で  $\boxed{\text{チ}}$  通りある。

問題 **2** の解答は解答用紙に記入せよ。答だけでなく答を導く過程も記入せよ。

**2**  $i$  を虚数単位とする。各自然数  $n$  に対し、方程式  $z^n = 64i$  の解のうち、実部の値が最大であるものを  $A_n$  とし、実部の値が最小であるものを  $B_n$  とする。次の問いに答えよ。

(50 点)

- (1)  $A_3, B_3$  を求めよ。
- (2)  $A_4, B_4$  を求めよ。
- (3) 各自然数  $n$  に対し、方程式  $z^n = 64i$  の解のうち虚部が正であるような解の個数を  $L_n$  とする。 $L_n$  を求めよ。
- (4) 各自然数  $m$  に対し、 $A_{2m+1}^4 - B_{2m+1}^4$  の虚部を  $\alpha_m$  とし、 $A_{2m+1}^3 - B_{2m+1}^3$  の実部を  $\beta_m$  とする。極限值  $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m\alpha_m}{\beta_m}$  を求めよ。
- (5) 自然数  $\ell$  に対し、方程式  $z^{2\ell} = 64i$  の解のうち虚部が正であるような  $L_{2\ell}$  個の解を偏角が小さい順に並べたとき、 $k$  番目の解を  $z_k$  とする。ただし、偏角は  $0$  以上  $2\pi$  未満の範囲で考えるものとする。
  - (a)  $z_k$  の偏角  $\theta_k$  を  $k$  と  $\ell$  によって表せ。
  - (b)  $z_k$  の虚部を  $\gamma_k$  とする。このとき  $\lim_{\ell \rightarrow \infty} \frac{1}{L_{2\ell}} \sum_{k=1}^{L_{2\ell}} \gamma_k$  を求めよ。

右のページは白紙である。必要に応じて計算欄として使用してよい。



















