平成26年度 〔試験時間　100分〕

# L 1 数学

この冊子は，数学の問題で1ページより5ページまであります。

〔注　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また，解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し，さらに受験番号と志望学科をマークしてください。

(3) 解答は，所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは，絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは，横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を，必ず読んでから解答してください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

$\boxed{1}$ 次の文章中の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ン}$ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて，解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。 ただし，分数は既約分数として表しなさい。なお，$\boxed{タ}$ などは既出の $\boxed{タ}$ を表します。

(40 点)

**(1)** 数列 $\{a_n\}$ の初項 $a_1$ から第 $n$ 項 $a_n$ までの和を $S_n$ と表す。すべての自然数 $n$ に対して

$$S_n = -\frac{3}{4}a_n + 2n + 5$$

が成り立つとする。このとき

$$a_1 = \boxed{ア}$$

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}a_n + \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

である。これより

$$a_n = \boxed{カ} \times \left(\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\right)^{n-1} + \boxed{ケ} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

となる。

右のページは白紙です。



◇M33 (630—549)

**(2)** $f(x)=x^4+2x^3-3x^2$ とし，$xy$ 平面上の曲線 $y=f(x)$ を $C$ とする。

曲線 $C$ 上の点 $(a,f(a))$ における接線 $\ell_a$ の方程式は

$$y=\left(\boxed{\text{コ}}a^3+\boxed{\text{サ}}a^2-\boxed{\text{シ}}a\right)x+\left(-\boxed{\text{ス}}a^4-\boxed{\text{セ}}a^3+\boxed{\text{ソ}}a^2\right)$$

である。曲線 $C$ と接線 $\ell_a$ の共有点の $x$ 座標を $t$ とおくと，$t$ は

$$(t-a)^2\left\{t^2+\left(\boxed{\text{タ}}a+\boxed{\text{チ}}\right)t+\left(\boxed{\text{ツ}}a^2+\boxed{\text{テ}}a-\boxed{\text{ト}}\right)\right\}=0$$

を満たす。ここで，$t$ についての 2 次方程式

$$t^2+\left(\boxed{\text{タ}}a+\boxed{\text{チ}}\right)t+\left(\boxed{\text{ツ}}a^2+\boxed{\text{テ}}a-\boxed{\text{ト}}\right)=0$$

が重解をもつのは $a=-\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ のときである。$a=\boxed{\text{ニ}}$ のとき，$\ell_a$ は点 $(a,\ f(a))$ 以外に，$x$ 座標が $-\boxed{\text{ヌ}}$ となる点においても曲線 $C$ に接する。このとき，$C$ と $\ell_a$ で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

右のページは白紙です。

**(3)** 原点をOとする座標平面において，3点A(1, 0), B(0, 6), P(3, 4)をとる。

**(a)** 直線OP上のOと異なる2点C, Dについて，△OACと△ODBは直角三角形であり，線分ACと線分BDは平行であるとする。このとき

$$\mathrm{AC} = \frac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}, \qquad \mathrm{BD} = \frac{\boxed{ホ}\,\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$$

であり，また

$$\mathrm{CD} = \frac{\boxed{ム}\,\boxed{メ}}{\boxed{モ}}$$

である。

**(b)** 直線OP上のOと異なる点Qの$x$座標を$t$とする。

まず，△OAQの面積を$S_1$，△OBQの面積を$S_2$とする。このとき，面積比$S_1 : S_2$は$t$によらず一定であり，

$$S_1 : S_2 = \boxed{ヤ} : \boxed{ユ}$$

である。

次に，線分AQの長さを$a$，線分BQの長さを$b$とする。このとき，$a-b$は$t$の関数であり，$f(t)=a-b$とおく。$t = \dfrac{\boxed{ヨ}}{\boxed{ラ}}$のとき$f(t)=0$となり，このとき$a=b=\dfrac{\sqrt{\boxed{リ}\,\boxed{ル}\,\boxed{レ}}}{\boxed{ロ}}$である。また$\lim_{t\to\infty} f(t) = \dfrac{\boxed{ワ}\,\boxed{ヲ}}{\boxed{ン}}$である。

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{2}$ の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{2}$ $xy$ 平面において，曲線 $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ $(x > 0)$ と，2 直線 $x = 1$, $y = 1$ で囲まれた図形を $D$ とおく。

(30 点)

(1) $D$ を $x$ 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 $V$ を求めよ。

(2) $r < 1$ とする。$D$ を直線 $x = r$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積 $W$ を，$r$ を用いて表せ。

(3) (1), (2) で求めた $V, W$ について，$V = W$ となる $r$ を求めよ。

(4) (3) で求めた $r$ は $\dfrac{2}{3}$ より大きいか小さいかを，理由とともに答えよ。
必要であれば，自然対数の底 $e$ について，$e = 2.718\cdots$ を用いてよい。

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{3}$ の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{3}$ 座標空間において，2点 $A(0,\ 3,\ 6)$，$P(\sqrt{5}\cos\theta,\ 2\sin\theta,\ -\sin\theta)$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ を通る直線と，$xy$ 平面の交点を $Q(a,\ b,\ 0)$ とする。

(30点)

**(1)** 2点 A, P 間の距離 $|\overrightarrow{AP}|$ を求めよ。

**(2)** $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AP}$ となるような実数 $t$ を，$\theta$ を用いて表せ。また，$a$，$b$ を，$\theta$ を用いて表せ。

**(3)** $0 \leqq \theta < 2\pi$ における $a$ の最大値を求めよ。

**(4)** $0 < \theta < \pi$ とする。このとき，2点 P, Q 間の距離 $d$ を，$\theta$ を用いて表せ。また，$\dfrac{d}{b}$ の値を求めよ。

右のページは白紙です。