

# K 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

## 〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
  - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
  - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
  - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
  - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
  - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。  
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。





問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から リ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1)  $y = e^x (3 \sin 2x - \cos x)$  とする。このとき

$$y' = e^x \left( \text{ア} \sin 2x + \text{イ} \cos 2x + \sin x - \cos x \right)$$

$$y'' = e^x \left( -\text{ウ} \sin 2x + \text{エ} \text{ オ} \cos 2x + 2 \sin x \right)$$

となり、

$$y'' - \text{カ} y' + \text{キ} y = -3e^x \cos x$$

を満たす。ただし、 $e$  は自然対数の底であり、 $y'$ 、 $y''$  はそれぞれ  $y$  の第 1 次、第 2 次導関数を表す。

右のページは白紙です。



- (2)  $\triangle OAB$  において、辺  $OA$  を  $3:2$  に内分する点を  $M$ 、辺  $OB$  を  $2:1$  に内分する点を  $N$  とする。このとき

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{ON} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \overrightarrow{OB}$$

であり、線分  $AN$  と線分  $BM$  の交点を  $P$  とすると

$$AP:PN = \boxed{\text{シ}}:\boxed{\text{ス}}, \quad BP:PM = \boxed{\text{セ}}:\boxed{\text{ソ}}$$

である。ゆえに、三角形の面積について、

$$\triangle APM = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \triangle PAB, \quad \triangle BPN = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \triangle PAB$$

となるので

$$\triangle APM:\triangle BPN = \boxed{\text{ト}}:\boxed{\text{ナ}}$$

である。

右のページは白紙です。



- (3) 2つのコインAとBがある。コインAを投げると、表、裏が出る確率は、それぞれ  $\frac{1}{2}$  である。コインBを投げると、表が出る確率は  $\frac{2}{3}$ 、裏が出る確率は  $\frac{1}{3}$  である。この2つのコインをそれぞれ  $n$  回ずつ投げる試行において、コインAについて表が出る回数を  $a$  とし、コインBについて表が出る回数を  $b$  とする。さらに、 $a < b$  となる確率を  $p$  とし、 $a > b$  となる確率を  $q$  とする。

- (a)  $n = 1$  のとき、 $p = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{二} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{又} \\ \hline \end{array}}$ 、 $q = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ネ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ノ} \\ \hline \end{array}}$  である。
- (b)  $n = 2$  のとき、 $p = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ハ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヒ} \\ \hline \end{array}}$ 、 $q = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{フ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ヘ} & \text{ホ} \\ \hline \end{array}}$  である。
- (c)  $n = 3$  のとき、 $p = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{マ} & \text{ミ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ム} & \text{メ} & \text{モ} \\ \hline \end{array}}$ 、 $q = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ヤ} & \text{ユ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ヨ} & \text{ラ} & \text{リ} \\ \hline \end{array}}$  である。

右のページは白紙です。



問題 2 の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

2 座標平面において、曲線  $C: y = \frac{2}{x}$  と直線  $\ell: y = x$  を考える。また、2点  $A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  と  $T\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$  をとる。ただし、 $t > 2$  とする。さらに、点  $T$  を通り直線  $\ell$  に直交する直線が、曲線  $C$  と交わる2点のうち、 $x$  座標が大きい方を  $P$  とする。

(30 点)

- (1) 点  $P$  の  $x$  座標を  $p$  とするとき、 $p$  を用いて  $t$  を表せ。
- (2) 2つの線分  $AT$ ,  $PT$  と曲線  $C$  で囲まれる図形を、直線  $\ell$  のまわりに1回転して得られる回転体の体積  $V(t)$  を求めよ。
- (3) 三角形  $APT$  を、直線  $\ell$  のまわりに1回転して得られる回転体の体積  $W(t)$  を求めよ。
- (4) (2), (3) で求めた  $V(t)$ ,  $W(t)$  に対して、 $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{W(t)}{V(t)}$  を求めよ。

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

**3**  $a$  を正の実数とする。1 次変換  $f$  により、点  $(a, -a+1)$  は点  $\left(3, \frac{3-3a}{a}\right)$  に移り、点  $(-a, a)$  は点  $(-4, 4)$  に移るとする。 $f$  を表す行列を  $A$  とする。

$P = \begin{pmatrix} a & -a \\ -a+1 & a \end{pmatrix}$  とおき、行列  $B$  を  $AP = PB$  を満たすものとする。

(30 点)

- (1)  $P$  の逆行列  $P^{-1}$  を、 $a$  を用いて表せ。
- (2) 自然数  $n$  に対し、 $B^n$  を、 $a$  と  $n$  を用いて表せ。
- (3) 数列  $\{x_n\}, \{y_n\}$  が

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $a = 4$  のとき、 $x_n - y_n$  を  $n$  を用いて表し、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - y_n)$  を求めよ。

右のページは白紙です。







