

F 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートには受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

以下の問題 **1**, **2**, **3** において, $\square$ 内のカタカナの1文字にあてはまる0から9までの数字を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数で表しなさい。なお, $\boxed{\text{ア}}$ のようなカタカナ1文字は1桁^{けた}の数を表し, $\boxed{\text{アイ}}$ のようなカタカナ2文字は2桁の数を表すものとします。

1 (18点)

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x + 4 \cos 2x$$

と定める。このとき, 以下が成り立つ。

$$(1) f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

(2) 座標平面上に曲線 $y = f(x)$ を考える。点 $\left(\frac{\pi}{12}, f\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$ における曲線

$y = f(x)$ の接線の方程式は

$$y = -\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}x + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}} \pi$$

となる。

$$(3) f(x) \text{ は } \tan \alpha = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}\right) \text{ を満たす実数 } \alpha \text{ を用いて}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} \sin(2x + \alpha)$$

と書き表される。

右のページは白紙です。

2

(18 点)

原点を O とする座標平面上に 3 点 $A(1, 5)$, $B(-3, 0)$, $C(2, 0)$ をとり, 線分 AB を $1:3$ に内分する点を D とおく。 t を $0 \leq t \leq 1$ の範囲の実数として, 線分 AC 上の点 P を

$$\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OA} + (1-t)\overrightarrow{OC}$$

を満たす点とする。線分 BP と線分 CD の交点を Q とおく。

(1) 点 D の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \right)$ である。

(2) $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{CD}$ となるのは $t = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ のときである。

(3) 点 Q の座標は, t を用いて, $\left(-\frac{\boxed{\text{ケ}}t + \boxed{\text{コ}}}{t + \boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シス}}t}{t + \boxed{\text{セ}}} \right)$ と書ける。

$\triangle DBQ$ と $\triangle CBQ$ の面積が等しくなるのは $t = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のときである。

右のページは白紙です。

3

(18点)

原点を O とする座標平面上で連立不等式
$$\begin{cases} x^2 - y^2 \leq 0 \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$
 の表す領域を D

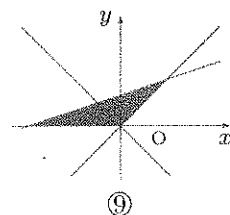
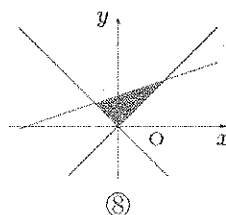
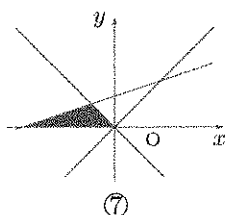
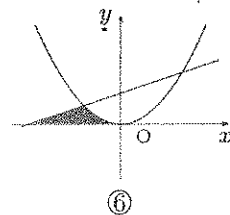
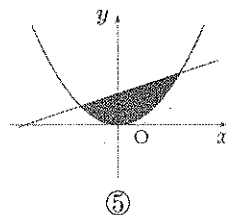
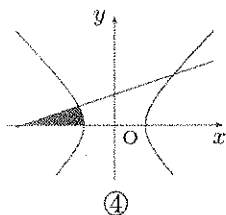
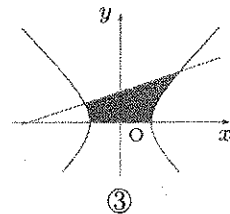
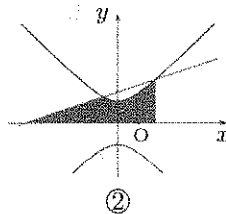
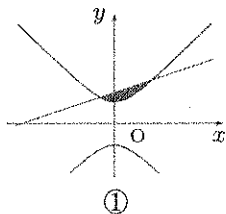
とおく。下図①～⑨の中で、黒く塗りつぶされた部分 (境界を含む) が D を示して

いるものの番号は ア である。 D 内で y 座標が最大となる点の y 座標は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$

である。 m を実数とし、点 (x, y) が D 内を動くとき、 $y - mx$ の最大値は、

$m \leq \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ のとき $\frac{\text{カ}}{\text{キ}} - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} m$, $m \geq \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ のとき $\frac{\text{コ}}{\text{サ}} + \frac{\text{シ}}{\text{ス}} m$

である。(上の記述において エ, オ は既出の エ, オ を表している。)



右のページは白紙です。

問題 **4** および **5** の解答はそれぞれの解答用紙に記入しなさい。

4 (23 点)

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -\frac{1}{x(x-7)}$$

と定める。さらに、座標平面上に曲線 $y = f(x)$ を考える。

- (1) 関数 $f(x)$ の区間 $0 < x < 7$ における最小値とそのときの x の値を求めよ。
- (2) 2 点 $(1, f(1))$, $(4, f(4))$ を通る直線を ℓ とおく。 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) 区間 $0 < x < 7$ において、曲線 $y = f(x)$ と直線 ℓ で囲まれた図形の面積を S とおく。 S の値を求めよ。

右のページは白紙です。

5

(23 点)

$\triangle ABC$ において, $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 3\sqrt{2}$, $AC = 5\sqrt{2}$ である。

- (1) $\theta = \angle ABC$ とおくとき, $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (2) 3 点 A, B, C を通る円を S とし, S の半径を R とする。 R の値を求めよ。
- (3) 円 S の中心を O とおく。点 A における S の接線と点 C における S の接線の交点を D とおく。線分 OD の長さを求めよ。