

C 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 6 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科と受験番号を記入してください。また、解答用マークシートには受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

1 次の文章中の ア から ル までに当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて、解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし、分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1) α, β を 0 でない実数として、行列 $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\frac{3}{\beta} & 1-\alpha \end{pmatrix}$ を考える。

行列 $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ に対して、 $AP = PA$ とする。このとき、

$$\alpha = \text{ア}, \beta = \text{イ} \quad \text{または} \quad \alpha = -\text{ウ}, \beta = -\text{エ}$$

である。 $\alpha > 0$ のとき、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とおくと、 $A^2 = \text{オ} A - \text{カ} E$ が成り

立ち、 $A^n = E$ となる最小の正の整数 n は $n = \text{キ}$ である。さらに、このとき

$$A^{11} = \begin{pmatrix} -\text{ク} & -\text{ケ} \\ \text{コ} & \text{サ} \end{pmatrix}$$

である。

右のページは白紙です。

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ で定義された関数

$$f(\theta) = -\frac{13}{24} \sin \theta - \frac{1}{12} \sin \theta \cos 2\theta - \frac{1}{24} \sin 3\theta$$

を考える。この式を変形すると

$$f(\theta) = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \sin^3 \theta - \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \sin \theta$$

となり、 $f(\theta)$ は

$$\theta = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi \text{ (順不同) のとき最大値 } \frac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}} \text{ をとり,}$$

$$\theta = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \pi \text{ (順不同) のとき最小値 } -\frac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \text{ をとる。}$$

右のページは白紙です。

(3) 関数 $f(x) = \frac{(x+a) - \sqrt{x^2+9}}{5x}$ が $x \rightarrow 0$ のとき収束するような定数 a は

$a = \boxed{\text{フ}}$ であり、その極限値は $\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

右のページは白紙です。

- (4) 1 から 6 までの数字の書かれたさいころがあり、1 回投げるときのそれぞれの目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である。このさいころを 3 回投げて、出た目を順に x_1, x_2, x_3 とする。

(a) $x_1 > x_2$ かつ $x_1 > x_3$ となる確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{マ} & \text{ミ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ム} & \text{メ} & \text{モ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(b) $x_1 < x_2 < x_3$ となる確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヤ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ユ} & \text{ヨ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(c) $3x_1 + 2x_2 - x_3 = 12$ となる確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ラ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{リ} & \text{ル} \\ \hline \end{array}}$ である。

右のページは白紙です。

問題 **2** の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

2 座標平面において曲線

$$C: y = \frac{2}{x} + 2 \quad (x > 0)$$

を考える。点 $A\left(t, \frac{2}{t} + 2\right)$ を C 上の点とする。点 $(0, -1)$ と点 A との距離を d とする。

- (1) d を t を用いて表せ。
- (2) d を最小にする点 A の座標を求めよ。

d が最小のとき、点 A における曲線 C の接線を ℓ とする。

- (3) ℓ の方程式を求めよ。
- (4) ℓ と x 軸との交点を通り、 y 軸に平行な直線を m とする。このとき、曲線 C 、直線 ℓ および直線 m で囲まれた部分を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。

問題 **3** の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

3 $f(x) = |x^2 - 1|$ とおく。座標平面において $y = f(x)$ のグラフを考える。

- (1) $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点、および、 y 軸との共有点を求め、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (2) k を正の実数とすると、直線 $y = kx$ と曲線 $y = f(x)$ の 2 つの交点の x 座標を、小さい方から順に α, β とする。 α と β をそれぞれ k を用いて表せ。

数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を、 $a_1 = 1$ とし、 $n \geq 2$ のときには、直線 $y = a_{n-1}x$ と曲線 $y = f(x)$ の 2 つの交点の中点をとり、その x 座標を a_n として定める。

(3) a_n^2 を n を用いて表せ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。