

H 7 国 語

H 1 数 学

この冊子は、**国語** 及び **数学** の問題を 1 冊にまとめてあります。

国語 は右綴じ、**数学** は左綴じです。

国語の問題は、1 ページより 26 ページまであります。

数学の問題は、27 ページより 29 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。監督者から試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科・受験番号を記入してください。解答用マークシートには受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 国語、数学のうち、1 科目のみ解答してください。2 科目解答した場合は、採点されません。
- (4) 試験開始後、解答用紙、解答用マークシートの解答科目マーク欄に解答する科目を必ず 1 つマークしてください。マークした科目が採点されます。解答科目マーク欄にマークがされていない場合、若しくは、2 つマークした場合は採点されません。
- (5) 解答は所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (6) 解答用マークシート上部に、解答における注意事項が記載されているので、必ず読んでから解答してください。
- (7) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

数 学

1

この問題の解答は 1 の解答用紙に記入しなさい。

(40 点)

次の問い合わせに答えなさい。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $x \geq 2$ のとき、 $x^2 e^{-x} \leq 4e^{-2}$ が成立することを示しなさい。さらに、極限値

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x}$$

を求めなさい。

(2) 関数 $y = xe^{-x}$ の増減、グラフの凹凸を調べ、グラフの概形をかきなさい。

(3) a は実数とする。方程式

$$xe^{-x} - a = 0$$

の異なる実数解の個数を、 a の値によって、求めなさい。

右のページは白紙です。

2

この問題の解答は 2 の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

p, q は $p > 0, q > 0$ とし、2 つの関数 $f(x), g(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + px, \quad g(x) = x^2 - qx$$

とする。座標平面において、曲線 $C_1 : y = f(x)$ 上の点 $(\alpha, f(\alpha))$ における接線を l_1 とし、曲線 $C_2 : y = g(x)$ 上の点 $(\beta, g(\beta))$ における接線を l_2 とする。ただし、 $\alpha < 0, \beta > 0$ である。

- (1) 曲線 C_1 と直線 l_1 および y 軸によって囲まれる図形の面積を S_1 とし、曲線 C_2 と直線 l_2 および y 軸によって囲まれる図形の面積を S_2 とする。 S_1, S_2 を求めなさい。
- (2) 原点 $(0, 0)$ において、曲線 C_1 の接線と曲線 C_2 の接線とが直交し、さらに、直線 l_1 と直線 l_2 が一致するとする。このとき、曲線 C_1 と曲線 C_2 および直線 l_1 によって囲まれる図形の面積を S とする。
- (a) q, α, β それぞれを p で表しなさい。
- (b) S を p で表しなさい。
- (c) $p > 0$ において、 S の最小値を求めなさい。

右のページは白紙です。

3 この問題の解答は **3** の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

1 枚のコインを繰り返し投げることにより、A, B の 2 人が次の規則に従ってゲームを行う。

規則 1. ゲーム開始時、A, B 両者の持ち点はともに 0 とする。

規則 2. コインを投げた結果により、両者の持ち点を次のように変化させる。

イ) A, B の持ち点が同じとき、表が出たら A の持ち点だけを 1 増やし、裏が出たら B の持ち点だけを 1 増やす。

ロ) A, B の持ち点が異なるとき、表が出たら持ち点の少ない人の持ち点だけを 1 増やし、裏が出たら A, B 両者の持ち点をともに 1 増やす。

このとき、 n 回コインを投げた結果、A, B の持ち点が等しくなっている確率を P_n とする。ただし、コインを投げたとき表、裏の出方は同じとする。

(1) P_1, P_2 を求めなさい。

(2) n を自然数とするとき、 P_{n+1} を P_n で表しなさい。

(3) n を自然数とするとき、 P_n を n で表しなさい。

右のページは白紙です。

