

Q 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 5 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙には志望学科・受験番号を記入してください。解答用マークシートには受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H BまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

以下の問題 **1**, **2**, **3** において, $\square$ 内のカタカナの1文字にあてはまる0から9までの数字を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数で表しなさい。なお, $\boxed{\text{ア}}$ のようなカタカナ1文字は1桁^{けた}の数を表し, $\boxed{\text{アイ}}$ のようなカタカナ2文字は2桁の数を表すものとします。

1 (18点)

$$a = \sqrt{7} + \sqrt{5}, b = \sqrt{7} - \sqrt{5} \text{ とおく。}$$

$$(1) \quad \frac{b}{a} = \boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}, \quad \frac{a}{b} = \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \text{ である。}$$

$$(2) \quad \frac{b}{a}, \frac{a}{b} \text{ を解にもつ2次方程式は } x^2 - \boxed{\text{キク}}x + \boxed{\text{ケ}} = 0 \text{ と書くことができる。}$$

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} a & -b \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} \end{pmatrix} \text{ とおくととき, } A \text{ の逆行列 } A^{-1} \text{ は}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{7}}{\boxed{\text{コサ}}} + \frac{\sqrt{5}}{\boxed{\text{シス}}} & \frac{\sqrt{7}}{\boxed{\text{セソ}}} - \frac{\sqrt{5}}{\boxed{\text{タチ}}} \\ -\frac{\sqrt{7}}{\boxed{\text{ツテ}}} + \frac{\sqrt{5}}{\boxed{\text{トナ}}} & \frac{\sqrt{7}}{\boxed{\text{ニヌ}}} + \frac{\sqrt{5}}{\boxed{\text{ネノ}}} \end{pmatrix}$$

と書くことができる。

右のページは白紙です。

2

(18 点)

2つの関数

$$x = g(\theta) = \frac{9}{4} \sin 2\theta, \quad y = h(x) = \log x$$

に対して、関数 $g(\theta)$ と関数 $h(x)$ の合成関数

$$f(\theta) = h(g(\theta))$$

を考える。ただし、対数は自然対数とする。

$$(1) \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\boxed{\text{ア}} \log 2 + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \log 3 \text{ である。}$$

$$(2) \quad \text{実数 } \theta_1 \text{ が } \sin \theta_1 + \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{82}}{8} \text{ を満たすとき、}$$

$$f(\theta_1) = -\boxed{\text{エ}} \log 2 + \boxed{\text{オ}} \log 3$$

である。

$$(3) \quad f(\theta) \text{ の } \theta = \frac{\pi}{8}, \theta = \frac{\pi}{12} \text{ における微分係数はそれぞれ}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = \boxed{\text{カ}}, \quad f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

となる。

右のページは白紙です。

3

(18 点)

原点を O とする座標平面上に 2 点 A, B があり, 2 つのベクトル $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ が

$$|\overrightarrow{OA}| = 2\sqrt{3}, \quad |\overrightarrow{OB}| = \sqrt{15}, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 8$$

を満たしているとする。ここで, $|\overrightarrow{OA}|, |\overrightarrow{OB}|$ はそれぞれ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ の大きさを表し, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ は $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の内積を表すものとする。

(1) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角を θ とおくと

$$\cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。

また, $\triangle OAB$ の面積は $\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) 線分 AB 上の点 C を $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直となるようにとる。このとき, 点 C は線分 AB を $\boxed{\text{キ}} : \boxed{\text{ク}}$ に内分する点である。

右のページは白紙です。

問題 **4** および **5** の解答はそれぞれの解答用紙に記入しなさい。

4 (23 点)

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{6}x^3 + \frac{9}{2}$$

と定める。さらに、 O を原点とする座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ を考える。

- (1) 曲線 C 上の点 $(2, f(2))$ における接線を ℓ_1 とおく。直線 ℓ_1 の方程式を求めよ。
- (2) ℓ_1 を (1) で定めた直線とする。曲線 C と直線 ℓ_1 は点 $(2, f(2))$ 以外にもう 1 つ共有点をもつ。その共有点の x 座標を求めよ。
- (3) m を実数とし、原点 O を通る直線 $\ell_2: y = mx$ を考える。曲線 C と直線 ℓ_2 が共有点をちょうど 2 個もつときの m の値を求めよ。

右のページは白紙です。

5

(23 点)

x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_{-1}^x \frac{x-t}{t^2+1} dt$$

により定義する。

(1) $f(0)$ の値を求めよ。

(2) $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。 $f'(0)$ の値を求めよ。

(3) 下の図 (あ)~(け) の中から $y = f(x)$ のグラフであるものを選び。また、その図を選択した理由を述べよ。ただし、図の中の点 A は座標が $(-1, 0)$ である点である。

