平成24年度　　　　　　　　　　　　　　　　　〔試験時間　100分〕

L 1　　　数　　　学

この冊子は，数学の問題で1ページより5ページまであります。

〔注　　意〕

(1) 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

(2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら，解答用紙には志望学科・受験番号を記入してください。解答用マークシートには受験番号及び氏名を記入し，さらに受験番号・志望学科をマークしてください。

(3) 解答は所定の解答用紙に記入したもの及び解答用マークシートにマークしたものだけが採点されます。

(4) 解答用マークシートについて

① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。

② マークには黒鉛筆(ＨＢまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合，採点できないことがあります。

③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえ，新たにマークしてください。

④ 解答欄のマークは横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので，はっきりマークしてください。

(5) 試験開始の指示があったら，初めに問題冊子のページ数を確認してください。

ページの落丁・乱丁，印刷不鮮明等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

(6) 問題冊子は，試験終了後，持ち帰ってください。

問題 $\boxed{1}$ の解答は解答用マークシートにマークしなさい。

$\boxed{1}$　次の文章中の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{リ}}$ までに当てはまる数字 0 ～ 9 を求めて，**解答用マークシート**の指定された欄にマークしなさい。 ただし，分数は既約分数として表しなさい。

(40 点)

(1)　△ABC の 3 辺の長さがそれぞれ

$$\mathrm{AB} = 5, \qquad \mathrm{BC} = 7, \qquad \mathrm{AC} = 4\sqrt{2}$$

であるとする。この三角形の ∠ABC の大きさを B で表すと

$$\cos B = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

であり，△ABC の外接円の半径 R は,

$$R = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。また，∠ABC の 2 等分線と △ABC の外接円の交点で B と異なる点を D とする。このとき,

$$\mathrm{AD} = \sqrt{\boxed{\text{カ}\,\text{キ}}}$$

5

であり，さらに △ABC の外接円の中心を O とすると，△AOD の面積は $\boxed{\text{ク}}$ となる。

右のページは白紙です。

(2)　赤玉 3 個，白玉 4 個，青玉 5 個が入っている袋から，玉を同時に 4 個取り出すとき，次の確率を求めよ。

(a)　取り出した玉の色がすべて青色である確率は，$\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ\,サ}}$ である。

(b)　取り出した玉の色が少なくとも 2 種類である確率は，$\dfrac{\boxed{シ\,ス\,セ}}{165}$ である。

(c)　取り出した玉の色が 3 種類である確率は，$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ\,チ}}$ である。

(d)　取り出した玉に赤玉が少なくとも 2 個含まれている確率は，$\dfrac{\boxed{ツ\,テ}}{\boxed{ト\,ナ}}$ である。

右のページは白紙です。

(3) 関数 $f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ を

$$f_0(x) = e^{x^2}, \qquad f_1(x) = xe^{x^2}, \qquad f_2(x) = x^2e^{x^2}$$

と定める。ただし，e は自然対数の底であり，e^{x^2} は $e^{(x^2)}$ を表す。

関数 $f_n(x)$ $(n = 0, 1, 2)$ の導関数を $g_n(x)$ とすると，

$$g_0(x) = \boxed{\text{ニ}}\,xe^{x^2}$$

$$g_1(x) = \left(\boxed{\text{ヌ}}\,x^2 + \boxed{\text{ネ}}\right)e^{x^2}$$

$$g_2(x) = \left(\boxed{\text{ノ}}\,x^3 + \boxed{\text{ハ}}\,x\right)e^{x^2}$$

である。関数 $h(x)$ を

$$h(x) = (3x^3 + 8x^2 - 15x + 4)e^{x^2}$$

と定めると，座標平面で 曲線 $y = h(x)$ は x 軸と 3 点で交わり，その交点の x 座標は $-\boxed{\text{ヒ}}$, $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$, $\boxed{\text{ホ}}$ である。また，

$$h(x) = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\,g_2(x) + \boxed{\text{ム}}\,g_1(x) - \boxed{\text{メ}}\,g_0(x)$$

であるから，曲線 $y = h(x)$ と x 軸で囲まれた図形のうち x 軸の下にある部分の面積を S とすると，

$$S = \frac{1}{\boxed{\text{モ}}}\left(\boxed{\text{ヤ}}\,e - \boxed{\text{ユ}\,\text{ヨ}}\,e^{\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}}\right)$$

となる。

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{2}$ の解答は白色の解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{2}$ r を $0 < r < 1$ を満たす実数として，次のように行列とベクトルを定める。

$$A = \begin{pmatrix} r & 0 \\ 2r-1 & 1-r \end{pmatrix}, \qquad P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

またベクトル $Q_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ を

$$Q_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = Q, \qquad Q_n = AQ_{n-1} + P \quad (n \geqq 2)$$

として定める。

(1) $AP = \alpha P$, $AQ = \beta Q$ を満たす定数 α, β を求めよ。

(2) A^nP, A^nQ を求めよ。

(3) $Q_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ を求めよ。

(4) 座標平面において，各 $n = 1, 2, 3, \ldots$ に対し座標が $(a_n, 0)$ である点を X_n，座標が $(a_n, b_n - a_n)$ である点を Y_n とする。さらに，台形 $\mathrm{X}_n\mathrm{X}_{n+1}\mathrm{Y}_{n+1}\mathrm{Y}_n$ の面積を S_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ とし，

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} S_n = S_1 + S_2 + \cdots + S_n + \cdots$$

とする。

(a) S を求めよ。

(b) r が $0 < r < 1$ の範囲を動くとき，S の最大値とそのときの r の値を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。

問題 $\boxed{3}$ の解答はクリーム色の解答用紙に記入しなさい。

$\boxed{3}$ 座標平面上の点 P(p, q) が，媒介変数 θ により

$$p = 1 + 2\cos\theta, \qquad q = 1 + \sin\theta \qquad (-\pi < \theta \leqq \pi)$$

で与えられている。a を非負の定数とするとき，点 P から，原点 O と点 $(1, a)$ を通る直線に下ろした垂線を PH とし，H の座標を (u, v) とする。点 P が $p \geqq 2$ を満たす範囲にあるとき，以下の問いに答えよ。

(1) θ と q の値の範囲を求めよ。

(2) u を a と θ を用いて表せ。

(3) $N = \sqrt{u^2 + (2 + a^2)v^2}$ とおく。N を a と θ を用いて表せ。

(4) 各 a に対して，点 P が $p \geqq 2$ を満たすように動くとき，**(3)** で求めた N の最大値を $M(a)$ により表す。

(a) $M(0)$ を求めよ。

(b) $a > 0$ のとき，$M(a)$ を求めよ。

(30 点)

右のページは白紙です。