

K 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

解答は解答用マークシートにマークせよ。

- 1 次の 内のアからキにあてはまる 0 から 9 までの数字を求め、その数字を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、 は 2 桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。 (配点 20 点)

n を 2 以上 9 以下の自然数とする。1 から n までの数字が書いてある n 枚のカードを入れた袋から、カードを順に 2 枚引いて、引いた順に右から並べて 2 桁の数を作り、それらのカードを袋に戻す試行を考える。次の各問いに答えよ。

- (1) $n = 9$ のとき、この試行によって得られた 2 桁の数が 3 の倍数である確率は

ア
イ

 である。

- (2) この試行を 2 回繰り返すとき、1 回目の数が 2 回目の数以上となる確率を $P(n)$

とする。このとき、 $P(5) = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ウ} & \text{エ} \\ \hline \text{オ} & \text{カ} \\ \hline \end{array}}{\quad}$ である。また、 $P(n) \geq \frac{7}{13}$ となる最大の

n の値は キ である。

右のページは白紙です。

2

次の□内のクからネにあてはまる0から9までの数字を求め、その数字を解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、□□は2桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。(配点20点)

θ を $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とする。 xy 平面上に2点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ と $Q(\frac{3}{2} \cos \theta, \frac{3}{2} \sin \theta)$ がある。点 R を $PR:QR=1:2$ を満たす点とする。

(1) R が直線 $y \cos \theta - x \sin \theta = 0$ 上にあるとき、それらの点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \cos \theta, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \sin \theta \right),$$

$$\left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \cos \theta, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \sin \theta \right)$$

である。ただし、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} > \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ とする。

(2) R の軌跡は方程式

$$\left(x - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \cos \theta \right)^2 + \left(y - \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \sin \theta \right)^2 = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

が表す円 $D(\theta)$ である。

(3) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を動くとき、(2) で求めた $D(\theta)$ が通過する部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}} \boxed{\text{ネ}}} \pi \text{ である。}$$

右のページは白紙です。

3

次の□内のノからヨにあてはまる0から9までの数字を求め、その数字を
 解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、□□は2
 桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。(配点20点)

3次方程式 $x^3 - 6x^2 + ax + a = 0$ が異なる3つの実数解 u, v, w をもち、

$$(u-1)^3 + (v-2)^3 + (w-3)^3 = 0$$

が成り立っているとする。ただし a は実数とする。

このとき u, v, w の間に成り立つ関係式と a の値は次の3通りである。

- (1) $w = \square$, $u+v = \square$, $a = \frac{\square}{\square}$
- (2) $v = \square$, $u+w = \square$, $a = \frac{\square}{\square}$
- (3) $u = \square$, $v+w = \square$, $a = \frac{\square}{\square}$

ただし、必要ならば、一般に3次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ の3つの解を
 α, β, γ とすると、

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

が成り立つことを用いてもよい。

右のページは白紙です。

4

次の□内のラからなにあてはまる0から9までの数字を求め、その数字を
 解答用マークシートの解答欄の指定された行にマークせよ。ただし、□□は2
 桁の数を表す。また、分数は既約分数として表すものとする。 (配点 40 点)

O を原点とする座標空間の4点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(1, 1, 2)$, $D(1, 1, -2)$ につ
 いて、次の各問いに答えよ。また、 $0 < m < 1$ とする。

(1) AB を $m : (1 - m)$ に内分する点を P_m とし、 OP_m を $m : 1$ に内分する点を

Q_m とする。このとき、 $Q_{\frac{1}{2}}$ の座標は、 $(\frac{\text{ラ}}{\text{リル}}, \frac{\text{レ}}{\text{ロフ}}, \frac{\text{ヲ}}{\text{ヲ}})$ である。

(2) OC を $m : 1$ に内分する点を R_m , AD の中点を M とし、 $R_m M$ を $m : (1 - m)$

に内分する点を S_m とすると、 $S_{\frac{1}{2}}$ の座標は、 $(\frac{\text{ンあ}}{\text{いう}}, \frac{\text{え}}{\text{おか}}, \frac{\text{き}}{\text{く}})$
 である。

(3) $\overrightarrow{CQ_m}$ と $\overrightarrow{OA}$ について、

$$\overrightarrow{CQ_m} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{1}{m+1} (-\text{け} m^2 + \text{こ} m - \text{さ})$$

である。したがって、この2つのベクトルは垂直にはなりえない。

(4) $\overrightarrow{CQ_m}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直となるような m の値は、 $m = \frac{\text{し}}{\text{す}}$ である。

(5) $\frac{m+1}{m} \times Q_m S_m$ が最小となるのは $m = \frac{\text{せそ}}{\text{たち}}$ のときであり、その最小

値は $\sqrt{\frac{\text{つて}}{\text{とな}}}$ である。

右のページは白紙です。