

J 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 4 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号及び氏名を記入し、さらに受験番号・志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(H B または B)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは横 1 行について 1 箇所に限ります。2 箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

問題 1 ~ 4 の各文章中の ア, イ, ウ, ... に当てはまる数字 0 ~ 9 を求めて, 解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。ただし, 分数は既約分数として表しなさい。根号の中は, 4 でも 9 でも割り切れないものとします。なお, ア は既出の ア を表します。

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $a_1 = 1, a_{n+1} = 4a_n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められた数列 $\{a_n\}$ を考える。 α を定数として

$$b_n = a_n + \alpha \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくと $\alpha = \frac{\text{ア}}{\text{イ} \cdot \text{ウ}}$ のとき, $\{b_n\}$ は初項 $\frac{\text{エ} \cdot \text{オ}}{\text{カ} \cdot \text{キ}}$, 公比 ク である等比数列となる。これより

$$a_n = \frac{\text{ケ}}{\text{コ} \cdot \text{サ}} \left(\left(\text{シ}\right)^n - \left(\frac{\text{ス}}{\text{セ}}\right)^n \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

- (2) $a_1 = 1$ である数列 $\{a_n\}$ が $5^{n+1}a_{n+1} + 24a_{n+1}a_n - 5^n a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たしているとき

$$a_n = \frac{\text{ソ}^{n-1}}{\text{タ} \cdot \text{チ} \cdot \text{ツ}^{n-1} - 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

(25 点)

右のページは白紙です。

2 $a = \frac{1}{(1+\sqrt{3})+\sqrt{5}}, b = \frac{1}{(1-\sqrt{3})+\sqrt{5}}, c = \frac{1}{(1+\sqrt{3})-\sqrt{5}}, d = \frac{1}{1-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$
とおく。

(1)

$$abcd = -\frac{1}{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}$$

である。

(2) abc, abd, acd, bcd の最小値は

$$\frac{-\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}}\sqrt{3} - \boxed{\text{オ}}\sqrt{5} - \boxed{\text{カ}}\sqrt{15}}{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}$$

である。

(3) $ab+cd, ac+bd, ad+bc$ の最小値は

$$-\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}$$

である。

(4) $a+b, a+c, a+d, b+c, b+d, c+d$ の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}\sqrt{3} - \boxed{\text{サ}}\sqrt{5} - \boxed{\text{シ}}\sqrt{15}}{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}$$

である。

(5)

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = \frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}} x^4 - \boxed{\text{ス}} \boxed{\text{セ}} x^3 + \boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}} x^2 + \boxed{\text{チ}} x - 1}{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}$$

である。

(25 点)

右のページは白紙です。

3

数直線上に動点 P がある。1 個のさいころを投げるという試行により P を次の規則にしたがって、数直線上を移動させる。

- (A) 出た目の数が偶数であったら負の方向に 1 だけ移動させる。
 (B) 出た目の数が 1 であったら 0 だけ移動させる (その点にとどまる)。
 (C) (A), (B) 以外であったら正の方向に 2 だけ移動させる。

最初動点 P は原点 O にあるものとする。

- (1) 試行を 4 回くり返したとき、規則 (A) が a 回、規則 (B) が b 回適用されたとすると、 $a+b$ のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ 以上 $\boxed{\text{イ}}$ 以下の整数全体であり、これを満たす a, b の組合わせは全部で $\boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}$ 通りである。

$a=1, b=1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり、そのときの P の座標の値は $\boxed{\text{キ}}$ であ

る。また、 $a=1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

- (2) 試行を 4 回くり返したとき、 P が原点 O にある確率は $\frac{\boxed{\text{コ}} \cdot \boxed{\text{サ}} \cdot \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}} \cdot \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}} \cdot \boxed{\text{タ}}}$ である。

- (3) 試行を 1 回だけ行っったときの P の座標の値の期待値は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であり、試行を 4

回くり返したときの P の座標の値の期待値は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(25 点)

右のページは白紙です。

- 4 平面上で点 O を中心とする半径 2 の円の内側に $OP = 1$ となる点 P をとる。点 P で垂直に交わる 2 直線と円との交点を反時計回りの順に A, B, C, D とする。

- (1) O と直線 AC との距離が $\frac{3}{5}$ のとき、四角形 ABCD の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}} \sqrt{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}}$$

である。

- (2) O と直線 AC との距離が h のとき、四角形 ABCD の面積を S とおくと、

$$S^2 = -\boxed{\text{キ}} h^4 + \boxed{\text{ク}} h^2 + \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}$$

であり、 S の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ 、最小値は $\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である。

- (3) 三角形 ABP の面積を S_1 、三角形 CDP の面積を S_2 とおくと、

$$S_1 \cdot S_2 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

が成り立ち、 $S_1 + S_2$ の最小値は $\boxed{\text{タ}}$ であり、最大値は $\boxed{\text{チ}}$ である。

(25 点)

右のページは白紙です。