

F 1 数 学

この冊子は、数学の問題で 1 ページより 3 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用紙に志望学科・受験番号を記入してください。
- (3) 解答は所定の解答用紙に記入したものが採点されます。
- (4) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (5) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

1この問題の解答は **1** の解答用紙に記入しなさい。

(40 点)

座標平面上に円 $C: (x-7)^2 + (y-5)^2 = 9$ と点 $A(1, 2)$ がある。点 P が円 C 上を動くとき、線分 AP を $(1-a):a$ に内分する点の軌跡を D とする。ただし、 a は定数で $0 < a < 1$ とする。

- (1) D の方程式を求めなさい。
- (2) D と円 C が異なる 2 点で交わるような a の取りうる値の範囲を求めなさい。
- (3) a が (2) で求めた範囲にあるとき、 D と円 C の異なる 2 つの交点を通る直線の方程式を求めなさい。

右のページは白紙です。

2

この問題の解答は 2 の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

 a, b は実数とし、行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a+b \end{pmatrix}$$

により定める。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、 n は自然数とする。(1) 数列 $\{s_n\}, \{t_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} s_n \\ t_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

によって定める。一般項 s_n, t_n を n と a, b で表しなさい。(2) 数列 $\{u_n\}, \{v_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

によって定める。一般項 u_n, v_n を n と a, b で表しなさい。(3) 次を満たす数 α, β の値を求めなさい。

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(4) 数列 $\{w_n\}, \{x_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} w_n \\ x_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

によって定める。一般項 w_n, x_n を n と a, b で表しなさい。

右のページは白紙です。

3

この問題の解答は 3 の解答用紙に記入しなさい。

(30 点)

箱 A の中には 1 から m までの番号が一つずつ記された m 枚のカードが入っている。箱 B の中には 1 から n までの番号が一つずつ記された n 枚のカードが入っている。ただし、 m, n は自然数の定数で、 $1 < m < n$ である。箱 A, B から、カードを 1 枚ずつ取り出し、記された番号を比較してから元の箱に戻す試行を考える。この試行において、A から取り出したカードに記されている番号を X , B から取り出したカードに記されている番号を Y とするとき、 $X > Y$ である確率を p , $X = Y$ である確率を q , $X < Y$ である確率を r とする。

- (1) p, q, r を m, n で表しなさい。
- (2) この試行を k 回繰り返すとき、 k 回目にはじめて $X < Y$ となる確率を T_k とする。 T_k を k, r で表しなさい。
- (3) T_k は (2) と同じとする。すべての自然数 k に対して $T_k = 6(1-r)^{k+1}$ であるとき、 m と n の関係を求めなさい。
- (4) T_k は (2) と同じとする。 ℓ を自然数とするとき、

$$\sum_{k=1}^{\ell} T_k$$

を ℓ, r で表しなさい。

右のページは白紙です。