

(2020年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は7ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能を使用してはならない。また, スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ - にマークせよ。(0 または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square-3}{\square 2}$ とする。

0 を, $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square 0}{\square 1}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square-1}{\square 2} \sqrt{\square 3}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\square x^2 + \square x + \square$ にあてはめる場合

$\square-1 x^2 + \square 1 x + \square 0$ とする。

1 (1) 関数 $f(x) = 4(\log_4 x)^2 \left(\log_2 \frac{x^2}{8} \right) + 3 \log_8 \frac{1}{x^{12}}$ とする。

$f(x)$ は $\frac{1}{8} \leq x \leq 8$ において、 $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ウ}}$

をとり、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとる。

(2) 2つの関数 $y = ||x| - 1|$ と $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ のグラフは3点

$(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}})$, $\left(\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$, $(\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}})$

を共有する。ただし、 $\boxed{\text{キ}} < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} < \boxed{\text{ス}}$ とする。

また、2つのグラフで囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

2

座標平面上の点 (x, y) にある石に対して次の操作を行う。1 個のサイコロを投げ 1 の目が出たら $(x+1, y)$ へ, 2 の目が出たら $(x-1, y)$ へ, 3 の目が出たら $(x, y+1)$ へ, 4 の目が出たら $(x, y-1)$ へ石を動かし, 5 または 6 の目が出たら石は動かさない。

石は初めに原点 $(0, 0)$ にあるものとし, n 回目の操作を行ったとき, 石が原点にある確率を p_n とする。また, $n \geq 2$ として, 1 回目の操作後から $n-1$ 回目の操作後まで石が原点になく, n 回目の操作を行ったとき, 石が原点にある確率を q_n とする。

$$(1) p_2 = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, p_3 = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, p_4 = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \text{ である。}$$

$$(2) q_2 = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}, q_3 = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}, q_4 = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \text{ である。}$$

- 3 OA = 2, OC = 3, OD = 5である直方体 OABC-DEFG がある。線分 CG を $s : 1 - s$ ($0 < s < 1$) に内分する点を M とし、O, M, F を通る平面と直線 AE との交点を N とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OC} = \vec{c}$, $\vec{OD} = \vec{d}$ とおく。

- (1) 線分 MN を 1 : 2 に内分する点を P とする。このとき

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \vec{c} + \left(\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}} s + \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}} \right) \vec{d}$$

である。

- (2) 線分 MN の中点を Q とする。 $s = s_0$ のとき $MN \perp DQ$ となる。

このとき、 $s_0 = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ である。

- (3) 線分 MN を $t : 1 - t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を R とする。また、線分 OA を 4 : 1 に外分する点を I, 線分 OC を 8 : 1 に内分する点を J とし、四角形 OIHJ が長方形となるように点 H をとる。直線 DR が H を通るとき、 $\vec{DH} = k\vec{DR}$ となる実数 k がある。

このとき

$$k = \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}, s = \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}, t = \frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}$$

である。



