（2020年度）

2　数　学　問　題　(60分)

（この問題冊子は７ページ，３問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢ**の黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能を使用してはならない。また，スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ － にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，－ にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) mを整数とする。2次方程式$x^2-mx+3m+1=0$が異なる2つの整数解をもつようなmは全部で $\boxed{\text{ア}}$ 個ある。そのうち最小のmは $\boxed{\text{イ}}$ であり，そのときの2つの解は$x=$ $\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし， $\boxed{\text{ウ}}$ < $\boxed{\text{エ}}$ とする。

(2) 数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$を用いて表される関数$f_n(x)=a_nx+b_n$が，以下の等式を満たす。

$$f_1(x)=x+1, \quad x^2f_{n+1}(x)=x^2-\int_0^x tf_n(t)dt \quad (n=1,2,3,\cdots)$$

このとき

$$a_n=\boxed{\text{オ}}\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)^n$$

$$b_n=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^n+\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

$\boxed{2}$ aを実数とする。次の曲線Cと直線ℓについて考える。

$$C\ :\ y = |x^2+3x| - |x^2-2| + 1$$
$$\ell\ :\ y = ax + 3$$

(1) Cとℓの共有点の個数が2個であるための必要十分条件は

$$a = \boxed{セ} + \boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$$

である。このとき, 共有点のx座標は小さい方から順に

$$\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}},\quad \boxed{テ} + \boxed{ト}\sqrt{\boxed{ナ}}$$

である。

(2) Cとℓの共有点の個数が3個であるための必要十分条件は

$$\boxed{ニ} + \boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}} < a < \boxed{ノ}$$

である。

(3) $a=1$ とする。このとき，C と ℓ は3個の共有点をもち，それらの x 座標は小さい方から順に $\boxed{\text{ハ}}$ ，$\boxed{\text{ヒ}}$ ，$\boxed{\text{フ}}$ である。

また，C と ℓ で囲まれた部分の面積は

$$\boxed{\text{ヘ}}+\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}\sqrt{\boxed{\text{ミ}}}$$

である。

3 kを実数とする。次の円Cと直線ℓについて考える。

$$C \ : \ x^2+y^2-6x+4y+4=0$$
$$\ell \ : \ y=kx-4k+1$$

(1) kの値に関係なく，ℓは点$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ム}},\ \boxed{\text{メ}}\right)$を通る。

(2) $k=\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$または$k=\boxed{\text{ユ}}$のとき，$\ell$は$C$と接する。

ただし，$\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}<\boxed{\text{ユ}}$とする。

(3) 円Cの中心をO，$k=\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$のときの$\ell$と$C$の接点をQとする。線分POと$C$の交点をR，線分POの延長と$C$の交点をSとする。面積$\triangle\mathrm{QOS}=\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}\sqrt{\boxed{\text{リ}}}$である。

(4) 点Qを含まない弧RS上に2点T, UをR, T, U, Sの順に並ぶようにとる。このとき，線分TUの長さが$2\sqrt{2}$であり，直線TU上に点Pがあるとすると

$$\mathrm{PU} = \sqrt{\boxed{\text{ル}}} + \sqrt{\boxed{\text{レ}}}, \qquad \triangle\mathrm{OPU} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ロ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ワ}}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ル}} < \boxed{\text{レ}}$ かつ $\boxed{\text{ロ}} < \boxed{\text{ワ}}$ とする。