（2019年度）

4　数　学　問　題（60分）

（この問題冊子は7ページ，3問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能を使用してはならない。また，スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

$\boxed{1}$ (1) 整式 $P(x) = 2x^3 + \boxed{\text{ア}}\,x^2 + \boxed{\text{イ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$ を $x^2 - x - 6$ で割ると余りは $7x + 4$ であり, $x + 1$ で割ると余りは 5 である。

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{8} \log_3 \frac{n^7}{(n+1)^7} = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 自然数 n を用いて $2019! = 31^n \cdot M$ と表す。自然数 M が 31 と互いに素であるとき, $n = \boxed{\text{オ}}$ である。

(4) 実数, 虚数, 複素数に関する命題として正しいものを下の選択肢からすべて選べ。

[選択肢]

A. 実数は複素数でない。
B. 複素数でない虚数が存在する。
C. 虚数でない複素数が存在する。
D. α が虚数ならば, α^2 は負の実数である。
E. α, β がともに虚数ならば, 和 $\alpha + \beta$ は虚数である。
F. α, β がともに複素数ならば, 和 $\alpha + \beta$ は複素数である。
G. α, β がともに虚数ならば, 積 $\alpha\beta$ は虚数である。
H. α, β がともに複素数ならば, 積 $\alpha\beta$ は複素数である。
I. α が虚数ならば, 積 $\alpha\beta$ が正の実数となる虚数 β が存在する。

$\boxed{2}$ 座標平面において次の連立不等式の表す領域を D とする。

$$\begin{cases} y \geqq -x^2+1 \\ y \leqq -x^2+2x \\ y \geqq x^2-1 \end{cases}$$

(1) 2つの放物線 $y=-x^2+2x$ と $y=x^2-1$ の交点のうち D にある点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}+\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) D の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}+\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(3) 点Pが D を動くとき, 原点Oとの距離OPを最小にする点Pの座標は $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}, \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$ であり, このとき,

$\mathrm{OP}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(4) 点 $\mathrm{Q}(x,y)$ が D を動くとき, $x+2y$ を最大にする点Qの座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\right)$ である。

3 座標平面上の点で x 座標と y 座標が共に整数であるような点を格子点と呼ぶ。格子点 $\mathrm{P}(x, y)$ に対して,

$(x, y+1)$ を P の上の点　$(x, y-1)$ を P の下の点
$(x+1, y)$ を P の右の点　$(x-1, y)$ を P の左の点

と呼ぶ。右の図のように, 原点 P_0 から格子点上に順次「上, 右, 下, 下, 左, 左, 上, 上, 上, 右, 右, 右, 下, ⋯」と, 並んだ点の列

$$\mathrm{P}_0, \mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \cdots, \mathrm{P}_n, \cdots$$

を考える。

(1) P_n の座標が $(-4, 3)$ となるとき, $n =$ $\boxed{\text{ノ}}$ である。

(2) P_n の座標が (m, m) $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ となるとき

$$n = \boxed{\text{ハ}}\, m^2 + \boxed{\text{ヒ}}\, m + \boxed{\text{フ}}$$

P_n の座標が $(0, m)$ $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ となるとき

$$n = \boxed{\text{ヘ}}\, m^2 + \boxed{\text{ホ}}\, m + \boxed{\text{マ}}$$

である。

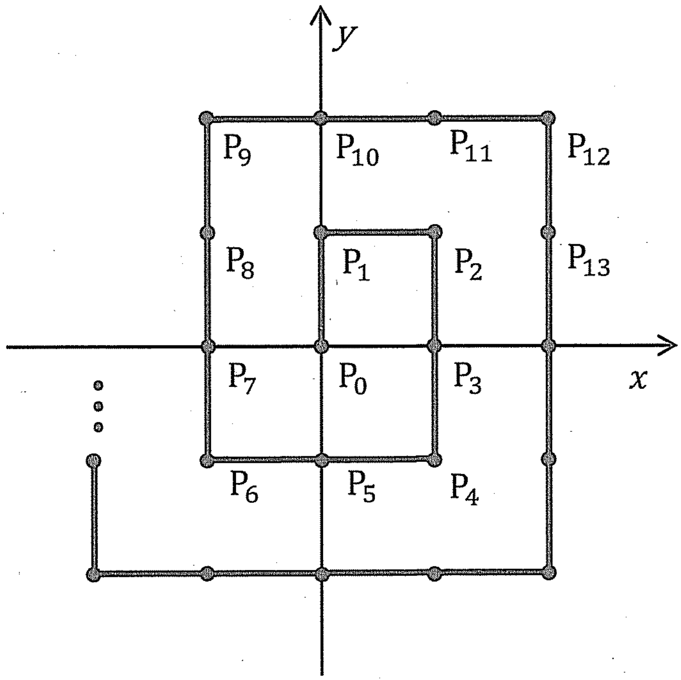
(3) P_{228} の座標は, $\left(\boxed{\text{ミ}}, \boxed{\text{ム}}\right)$ である。

(4) P_n から P_{n+6} までが順次, 上に並ぶときの最小の n は $\boxed{\text{メ}}$ であり, そのときの P_n の座標は, $\left(\boxed{\text{モ}}, \boxed{\text{ヤ}}\right)$ である。

(5) P_n の座標が $(m, 2m)$ $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ となるとき

$$n = \boxed{\text{ユ}}\, m^2 + \boxed{\text{ヨ}}\, m + \boxed{\text{ラ}}$$

である。


y
x
P9
P10
P11
P12
P8
P1
P2
P13
P7
P0
P3
P6
P5
P4