（2019年度）

2　数　学　問　題（60分）

（この問題冊子は７ページ，３問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能を使用してはならない。また，スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ − にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，− にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ 2つの放物線 $C_1: y=-x^2+3$, $C_2: y=x^2-8x+17$ がある。

(1) C_1 上の点 $(a,\ -a^2+3)$ から C_2 に引いた2つの接線は垂直に交わる。a のとり得る値のうち最大のものは $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

$a=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のとき, 点 $(a, -a^2+3)$ を A とする。

(2) C_1 上の点 B(1, 2) における C_1 の接線と平行な C_2 の接線を ℓ, その接点を P とする。このとき, P の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ であり, B と ℓ の距離 d は

$$d=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3) P, A と, C_1 上の A と異なる点 Q が一直線上にあるとき, Q の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。この P, A, Q を通る直線を m とする。

m と C_1 で囲まれた図形の面積は $\dfrac{1}{6}\times\left(\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)^3$ である。

2 $\triangle$ABCにおいて, AB $= 2$, AC $= 3$, BC $= 4$とする。$\angle$Aの二等分線と辺BCの交点をP, $\triangle$ABCの内接円の中心をQ, 外接円の中心をOとし, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$とおく。

(1) 内積 $\vec{b} \cdot \vec{c} = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$, $\triangle$ABCの面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$,

内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$, 外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$

である。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\vec{c}$ である。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}} = \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\vec{c}$ である。

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \dfrac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}\vec{b} + \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\vec{c}$ である。

$\boxed{3}$ $p,\ q$ を正の整数とする。 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は次のように定められている。

$$a_1 = p,\ b_1 = q,\ a_{n+1} = \frac{b_n + 1}{a_n},\ b_{n+1} = \frac{a_{n+1}^3 + 1}{b_n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) $p = \boxed{メ}$, $q = \boxed{モ}$ であるとき, $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ はそれぞれすべての項が等しくなる。すなわち, $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \cdots$, $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = \cdots$ となる。

(2) $p = 1,\ q = 2$ とする。このとき, $a_4 = \boxed{ヤ}$, $b_4 = \boxed{ユ}$, $a_5 = \boxed{ヨ}$, $b_5 = \boxed{ラ}$ である。数列 $\{a_n\}$ の項がとり得る最大の値は $\boxed{リ}$, 数列 $\{b_n\}$ の項がとり得る最大の値は $\boxed{ル}$ である。

(3) $p = 1, q = 2$ とする。このとき, 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について記述した命題として正しいものを次の選択肢からすべて選べ。

[選択肢]

A. $\{a_n\}$ において, ある m 番目以降のすべての項は等しい。
すなわち, $a_m = a_{m+1} = a_{m+2} = \cdots$ が成り立つ。

B. $\{a_n\}$ のすべての項は正である。

C. $\{a_n\}$ は $a_n a_{n+1} a_{n+2} = a_n + a_{n+1}^2 + a_{n+2}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たす。

D. $\{a_n\}$ には整数でない項がある。

E. $\{a_n\}$ において, 正の整数 r があって, $a_{n+r} = a_n$ がすべての正の整数 n に対して成り立つ。

F. $\{b_n\}$ において, ある ℓ 番目以降のすべての項は等しい。
すなわち, $b_\ell = b_{\ell+1} = b_{\ell+2} = \cdots$ が成り立つ。

G. $\{b_n\}$ のすべての項は正である。

H. $\{b_n\}$ は $b_n b_{n+1} b_{n+2} = b_n + b_{n+1}^2 + b_{n+2}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たす。

I. $\{b_n\}$ には整数でない項がある。

J. $\{b_n\}$ において, 正の整数 s があって, $b_{n+s} = b_n$ がすべての正の整数 n に対して成り立つ。