(2019年度)

1　数　学　問　題　(60分)

(この問題冊子は7ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能を使用してはならない。また，スマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ － にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともZにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，－ にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10の位											1の位										
	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ (1) x の 2 次式 $P(x)$ について, x^2 の係数が 2 であり, $x+1$ で割ったときの余りが 1, $x-2$ で割ったときの余りが -8 である。このとき,

$$P(x) = 2x^2 + \boxed{\text{ア}}\, x + \boxed{\text{イ}}$$

である。

(2) 年利率 5 %, 1 年ごとの複利で資金を運用する。必要であれば, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ として用いてよい。

(i) 1 万円の元金を運用したとき, 元利合計が初めて 2 万円を超えるのは $\boxed{\text{ウ}}$ 年後である。

(ii) 毎年 1 万円ずつ積み立てる。つまり, 1 年後の時点の資金は, はじめの 1 万円の元利合計と, 新たに積み立てた 1 万円の合計になり, 2 年後の時点の資金は, 1 年後の時点の資金に対する元利合計と, 新たに積み立てた 1 万円の合計になる。このとき, 資金が初めて 20 万円を超えるのは $\boxed{\text{エ}}$ 年後である。

(3) A, B を事象, $\overline{A}$ を A の余事象とする。

$$P(A) = \frac{3}{5},\quad 0 < P(B) < 1,\quad \frac{P_{\overline{A}}(B)}{P_A(B)} = 9$$

のとき,

$$P_B(A) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

$$P_B(\overline{A}) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

$$P(B) = \boxed{\text{ケ}} \times P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \boxed{\text{コ}} \times P(A \cap B) + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

$\boxed{2}$ a を実数とする。座標平面上の点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき,

$$F(x, y) = x^3 + y^3 - a(x + y)$$

の最大値を求めることを考える。

(1) $s = x + y$, $t = xy$ とおくとき

$$t = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\left(s^2 + \boxed{\text{ソ}}\right)$$

である。

(2) s^2 のとりうる値の範囲は, $0 \leqq s^2 \leqq \boxed{\text{タ}}$ である。

(3) $F(x, y)$ を a と s の式で表すと,

$$F(x, y) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}s^3 + \left(\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} - a\right)s$$

である。

(4) $a = 1$ のとき, $F(x, y)$ の最大値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(5) $a = \dfrac{3}{8}$ のとき, $F(x, y)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

3 一辺の長さが 2 の正方形 BCDE を底面とし, すべての側面が正三角形であるような四角錐(すい)A-BCDE を考える。辺 AC の中点を F, 辺 AE の中点を G とし, 3 点 B, F, G を通る平面を α とする。

(1) 平面 α が線分 AD と交わる点を H とするとき, 線分 AH の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(2) 平面 α による四角錐 A-BCDE の断面の面積は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(3) 平面 α によって四角錐が分けられてできた 2 つの立体のうち, 点 D を含む立体の頂点の数は $\boxed{\text{マ}}$, 辺の数は $\boxed{\text{ミ}}$, 面の数は $\boxed{\text{ム}}$ である。

(4) 平面 α によって四角錐が分けられてできた 2 つの立体のうち, 点 A を含む立体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ である。