

(2018年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は8ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきらずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ - にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{}x^2 + \boxed{}x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2 + \boxed{1}x + \boxed{0}$ とする。

- 1 (1) (i) 曲線 $C: y = x^3 + ax^2 + bx + c$ が点 $(1, 0)$ を通り、 C の点 $(1, 0)$ における接線が直線 $y = \frac{1}{3}x + 1$ と垂直であるとする。このとき、関係式

$$b = \boxed{\text{ア}} a + \boxed{\text{イ}}, \quad c = \boxed{\text{ウ}} a + \boxed{\text{エ}}$$

が成り立つ。

- (ii) 関数 $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ とする。 $f(x)$ が $x = -1$, $x = 3$ で極値をとり、

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = -8$$

を満たすとき、

$$p = \boxed{\text{オ}}, \quad q = \boxed{\text{カ}}, \quad r = \boxed{\text{キ}}$$

である。

- (2) 1 と書かれたカードが 5 枚, 2 と書かれたカードが 5 枚, 3 と書かれたカードが 5 枚, …… , 20 と書かれたカードが 5 枚の合計 100 枚のカードがある。これらの 100 枚のカードの中から, 1 枚以上を抜き出して空の箱に入れる。この箱の中のカードに関する以下の条件 p を考える。

p : 箱の中に 10 以上の数が書かれたカードが存在する。

- (i) p の否定となっているものを以下の選択肢からすべて選べ。もし 1 つもなければ H をマークせよ。
- (ii) p の必要条件であるものを以下の選択肢からすべて選べ。もし 1 つもなければ H をマークせよ。
- (iii) p の十分条件であるものを以下の選択肢からすべて選べ。もし 1 つもなければ H をマークせよ。
- (iv) p の否定の十分条件であって必要条件でないものを以下の選択肢からすべて選べ。もし 1 つもなければ H をマークせよ。

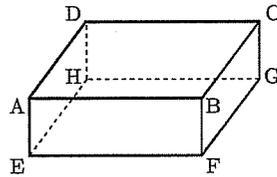
選択肢 :

- A. 箱の中のカードに書かれているすべての数は 10 以上である。
- B. 箱の中のカードに書かれているすべての数は 10 未満である。
- C. 箱の中に 1 桁^{けた}の数が書かれているカードが存在する。
- D. 箱の中のカードに書かれている最大の数は 12 である。
- E. 箱の中のカードに書かれている最小の数は 1 である。
- F. 箱の中のカードに書かれているすべての数の和は 10 未満である。
- G. 箱の中のカードに書かれているすべての数の和は 10 以上である。

2 $AB = 3, AD = 2, AE = 1$ の、図のような直方体 $ABCD-EFGH$ がある。

$$(1) AC = \sqrt{\text{ク}}, AF = \sqrt{\text{ケ}},$$

$$CF = \sqrt{\text{コ}}, \cos \angle AFC = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$$



である。また、 $\triangle AFC$ の面積は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。

$0 < a < 1$ とする。辺 FB を $a : (1 - a)$ に内分する点を P , $(1 - a) : a$ に内分する点を Q とし、直線 RP が辺 AB と平行になるように線分 AF 上に点 R を、直線 QS が辺 BC と平行になるように線分 CF 上に点 S をとる。

(2) a が $0 < a < 1$ の範囲を動くとき、 RS は $a = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ で

最小値 $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \sqrt{\text{テ}}$ をとる。

以後, $a = \frac{2}{5}$ とする。線分 AS と線分 CR の交点を T とし, 直線 FT と線分 AC の交点を U とする。

$$(3) \frac{CU}{UA} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \text{である。}$$

$$(4) \frac{UT}{TF} = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \text{である。}$$

3

(1) 500 以下の自然数のうち, 7 で割ると 2 余り, 13 で割ると 8 余る数は 個あり, それらのうち最小の数は である。

(2) 1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき, 1 回目に出る目を a , 2 回目に出る目を b とする。

(i) $\frac{1}{ab} > \frac{1}{a+b+4}$ となる確率は $\frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$ である。

(ii) $\frac{2}{ab}$ が有限小数で表され, かつ整数でない確率は $\frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}$ である。

(iii) $\frac{2}{ab}$ が有限小数で表され, かつ整数でないときに, $\frac{5}{ab}$ が有限小数で表され, かつ整数でない確率は $\frac{\text{ホ}}{\text{マ}}$ である。