(2018年度)

5 数 学 問 題 (90分)

(この問題冊子は7ページ, 4問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, **HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ － にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，－ にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ 座標平面上に原点Oと点A(1, 0)がある。点Pは

$$\angle\mathrm{PAO} = 2\angle\mathrm{POA}$$

を満たしながらy座標が正の範囲を動く。

(1) Pの軌跡は曲線

$$\boxed{\text{ア}}\left(x + \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2 + \boxed{\text{エ}}\,y^2 = 1$$

の第1象限の部分と一致し, 直線

$$y = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\left(x + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$$

を漸近線にもつ。

(2) kを実数とし, Pから直線$x = k$に垂線PHを下ろす。$\dfrac{\mathrm{PH}}{\mathrm{AP}}$が常に一定の値であるとき, $k = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$, $\dfrac{\mathrm{PH}}{\mathrm{AP}} = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) $\angle\mathrm{PAO} = \theta$とすると

$$\mathrm{AP} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{1 + \boxed{\text{ス}}\cos\theta}$$

が成り立つ。

2 ある食堂はランチとしてA定食かB定食のいずれか一方を提供する。A定食を提供した次の営業日は等しい確率でA定食かB定食のどちらかを提供し，B定食を提供した次の営業日は必ずA定食を提供する。1日目にはA定食を提供することがわかっているとする。

(1) 3日目にA定食が提供される確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2) n 日目にA定食が提供される確率は

$$\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}\left(\left(\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\right)^{n-1}+\boxed{ト}\right)$$

である。ただし n は1以上の整数とする。

(3) 6日目にA定食が提供されたことがわかっているという条件のもとで，3日目にもA定食が提供されていた確率は $\dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}$ である。

(4) 1日目から n 日目までに提供される定食の可能な組合せのうち，n 日目がA定食であるものの総数を a_n とする。このとき，$a_5 = \boxed{ヌ}$ である。また，1日目から10日目までに提供される定食の可能な組合せの総数は $\boxed{ネ}$ である。

$\boxed{3}$ 座標空間において，原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円が xy 平面上にある。この円を底面とし，$\mathrm{A}(0, 0, \sqrt{2})$ を頂点とする円錐(すい)を考える。A と底面の円周上の点 $\mathrm{B}(-\sqrt{2}, 0, 0)$ を結ぶ線分 AB の中点を C とする。点 P は線分 CA 上を動き，$\mathrm{CP} = a$ とする。P を通り線分 AB と垂直に交わる平面でこの円錐を切ったときの断面積を $S(a)$ とする。

(1) $S(0) = \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(2) $S(a)$ は $a = \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ をとる。

(3) C を通り線分 AB と垂直に交わる平面で円錐を 2 つの立体に分けるとき，頂点 A を含む方の立体の体積は

$$\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}\sqrt{\boxed{\text{ム}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{メ}}}}{\boxed{\text{モ}}}\pi$$

である。

4 座標平面において，方程式

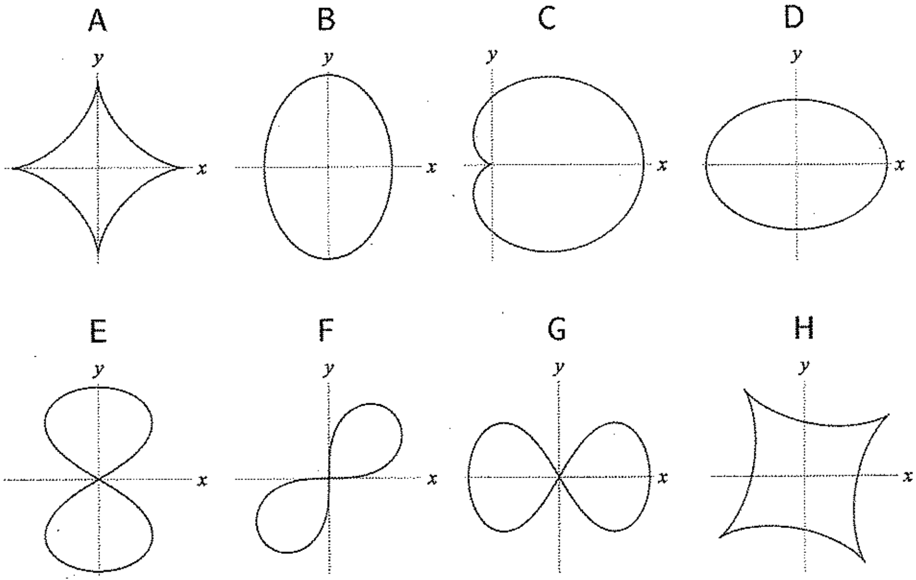
$$(x^2+y^2)^2=2xy$$

の表す曲線 C を考える。

(1) C 上の点 P と 2 点 $\mathrm{A}(a,a)$, $\mathrm{B}(-a,-a)$ $(a>0)$ との距離の積 $\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}$ が常に一定の値であるとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$, $\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}=\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ である。

(2) 極座標 (r,θ) に関する C の極方程式が $r^s=\sin(t\theta)$ と表されるとき，$s=\boxed{\text{リ}}$, $t=\boxed{\text{ル}}$ である。

(3) C の概形として最も適しいものを下から選べ。



(4) C 上の点で x 座標が最大である点 M の偏角を θ_0 $(0\leqq\theta_0<2\pi)$ とすると，$\theta_0=\dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi$ である。

(5) M を通り y 軸に平行な直線を ℓ とする。C 上の点を極座標で (r, θ) と表すとき，C の $0 \leqq \theta \leqq \theta_0$ の部分と，x 軸，および ℓ で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$ である。

(6) C で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ン}}$ である。