（2018年度）

3　数　学　問　題　(60分)

（この問題冊子は７ページ，３問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ － にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，－ にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
	－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

1

(1) 2つの整数3239と1027の最大公約数は $\boxed{ア}$ である。

(2) 3行3列の表のすべての欄に, 次の条件を満たすように1以上9以下の自然数を1つずつ入れて1つの表を作成する。ただし, 同じ数を複数の欄に入れてもよい。

- どの行も1列目の数と2列目の数の和が3列目の数と等しい。
- どの列も1行目の数と2行目の数の和が3行目の数と等しい。
- どの行も1列目の数は2列目の数以下である。
- どの列も1行目の数は2行目の数未満である。

(i) 表の一部の欄の数を次のように与えた場合を考える。

	1列目	2列目	3列目
1行目	1	2	a
2行目	2	c	
3行目	b		

このとき, $a=$ $\boxed{イ}$, $b=$ $\boxed{ウ}$ であり, c がとり得る数は $\boxed{エ}$ 個である。

以下, 条件を満たすすべての場合を考える。

(ii) 3行3列目の欄に入り得る最小の数は $\boxed{オ}$ である。

(iii) 少なくとも1つの欄に7が入る表は $\boxed{カ}$ 個ある。

(iv) 条件を満たす表は全部で $\boxed{キ}$ 個ある。

2 座標平面上の 3 点 O$(0,0)$, A$(2,0)$, B$(0,2)$ を頂点とする $\triangle$OAB の周および内部を D とする。点 P(a,b) が D を動くとき，放物線

$$y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$$

の頂点 Q(p,q) の動く範囲を E とする。$\boxed{\text{あ}}$ ～ $\boxed{\text{か}}$ には選択肢 (a) ～ (f) の中から正しいものをマークせよ。ただし，該当するものがない場合には z をマークせよ。

(1) p, q を a, b で表すとき，

$$p=\boxed{\text{ク}}\,a+\boxed{\text{ケ}},$$

$$q=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}a^2+\boxed{\text{シ}}\,a+\boxed{\text{ス}}\,b^2+\boxed{\text{セ}}\,b$$

である。

(2) a, b が動く範囲は，連立不等式

$$\begin{cases} a\ \boxed{\text{あ}}\ \boxed{\text{ソ}} \\ b\ \boxed{\text{い}}\ \boxed{\text{タ}} \\ a+b\ \boxed{\text{う}}\ \boxed{\text{チ}} \end{cases}$$

で表される。

(3) E は, 連立不等式

$$\begin{cases} x \boxed{\text{え}} \boxed{\text{ツ}} \\ y \boxed{\text{お}} \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} x^2 \\ y \boxed{\text{か}} \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} x^2 + \boxed{\text{ヌ}} x + \boxed{\text{ネ}} \end{cases}$$

で表される。

(4) E の面積は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

$\boxed{\text{あ}}$ 〜 $\boxed{\text{か}}$ の選択肢：
(a) $=$　(b) $<$　(c) $\leqq$　(d) $>$　(e) $\geqq$　(f) $\neq$

3 一辺の長さが1の立方体 OBFC-AEDG を考える。辺 OB, BF, FC, CO をそれぞれ $1:3$ に内分する点を P_1, P_2, P_3, P_4 とし, 辺 GA, AE, ED, DG をそれぞれ $3:1$ に内分する点を Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 とする。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{P_1Q_1}}$, $\overrightarrow{\mathrm{P_2Q_2}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表すと,

$$\overrightarrow{\mathrm{P_1Q_1}} = \boxed{\text{ハ}}\,\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\vec{b} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\vec{c},$$

$$\overrightarrow{\mathrm{P_2Q_2}} = \boxed{\text{マ}}\,\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\vec{b} + \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\vec{c}$$

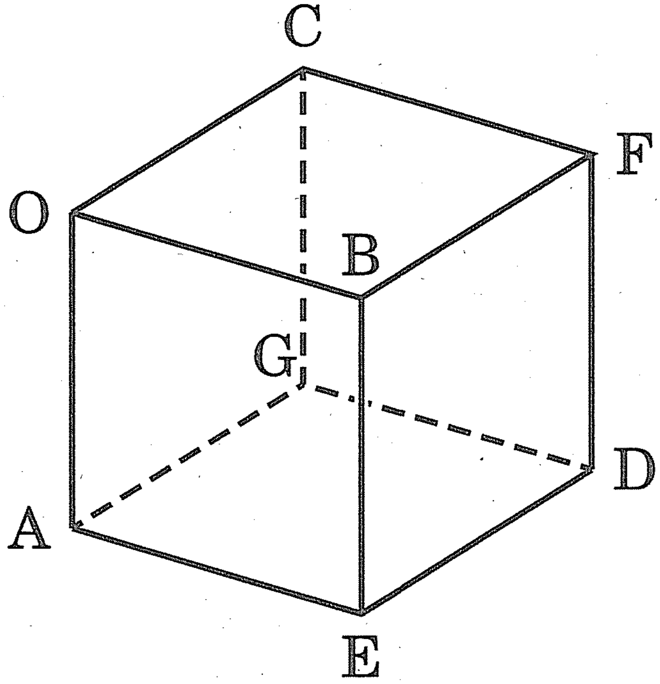
である。

(2) $0<t<1$ とする。面 OBFC に平行で辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を通る平面と直線 $\mathrm{P}_i\mathrm{Q}_i$ $(i=1,2,3,4)$ の交点を R_i とする。このとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{R_1R_2}} = \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}\vec{b} + \left(\frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}} + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}t\right)\vec{c}$$

である。

(3) 四角形 $\mathrm{R_1R_2R_3R_4}$ の面積は, $t=\dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$ をとる。


C
F
O
B
G
D
A
E