(2018年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ − にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，− にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ (1) $\log_{10} 1.2 = \boxed{\text{ア}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{イ}} \log_{10} 3 + \boxed{\text{ウ}}$ であり,

不等式 $1.2^n > 10$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{エ}}$ である。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を使ってよい。

(2) 複素数 $\dfrac{1-i}{1+4i}$ は, 実数を係数とする2次方程式

$$x^2 + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} = 0$$

の解の1つである。

(3) 1から10までの番号を1つずつ書いた10個の玉が入った箱から玉を1個取り出す。番号 k の玉が取り出される確率を

$$\frac{k^2}{a} \quad (k = 1, 2, \ldots, 10)$$

とする。このとき, a は十の位の数字が $\boxed{\text{ケ}}$ である自然数となる。また, 取り出した玉の番号が 5, 6, 7 のいずれかである確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

2 座標空間において正四面体ABCDを考える。ただし, $A(0, a, 0)$ $(a > 0)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$, $C\left(-\frac{1}{2}, 0, 0\right)$, $D(p, q, r)$ $(r > 0)$ とする。

(1) $a = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり, $\triangle ABC$ の重心の y 座標は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) $p = \boxed{\text{タ}}$, $q = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$, $r = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(3) 原点から直線ADに下ろした垂線と直線ADの交点Eの座標は

$$\left(\boxed{\text{ナ}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}\right)$$

である。

(4) 線分AE上の点Fが $\triangle FBC = \dfrac{\sqrt{30}}{6} \triangle ABC$ を満たすとする。このとき, Fの y 座標は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{フ}}$ とする。

$\boxed{3}$ 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を考える。ただし, a, b, c は定数とする。

(1) $f(x)$ が極大値および極小値をもつための必要十分条件は

$$a^2 + \boxed{\text{ホ}}\, b + \boxed{\text{マ}}\, c + \boxed{\text{ミ}} \quad \boxed{\text{あ}}\; 0$$

である。 $\boxed{\text{あ}}$ には選択肢 (a)〜(f) の中から正しいものをマークせよ。ただし, 該当するものがない場合には z をマークせよ。

$\boxed{\text{あ}}$ の選択肢：

(a) $=$ (b) $<$ (c) $\leqq$ (d) $>$ (e) $\geqq$ (f) $\neq$

(2) (1) の条件を満たす $y = f(x)$ のグラフ上に 3 点 $\mathrm{P}(p, f(p))$, $\mathrm{Q}(q, f(q))$, $\mathrm{R}(r, f(r))$ をとる。ただし, $p < q$, $r = \dfrac{p+q}{2}$ とする。さらに, $y = f(x)$ の P, Q, R における接線をそれぞれ ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 とし, ℓ_1 と ℓ_2 の傾きが等しいとする。

(i) $r = \dfrac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}a$ である。

(ii) ℓ_1 と ℓ_3 の傾きの差は,

$$f'(p) - f'(r) = \boxed{\text{モ}}\left(p + \boxed{\text{ヤ}}\, r\right)^2$$

である。

(iii) ℓ_1 と ℓ_3 の交点の x 座標は,

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}a + \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}p$$

である。