(2017年度)

4　数　学　問　題　(60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る**。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ － にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，－ にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{\text{ア}}$ に7，$\boxed{\text{イ}}$ に -26 をマークする場合。

	符号	10の位											1の位										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) 四角形 ABCD において, $\mathrm{AB} = 1$, $\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{5}{12}\pi$, $\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{4}$, $\angle\mathrm{ABD} = \dfrac{\pi}{6}$, $\angle\mathrm{BAD} = \dfrac{7}{12}\pi$ である。このとき,

$$\mathrm{BC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}, \qquad \mathrm{BD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり,

$$\mathrm{CD}^2 = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(2) a, b, c を実数とする。3 次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ のグラフが点 $(1, 2)$ に関して対称であるとき

$$a = \boxed{\text{サ}}, \quad b + c = \boxed{\text{シ}}$$

である。さらに, この関数のグラフが x 軸に接するとき

$$b = \boxed{\text{ス}}, \quad c = \boxed{\text{セ}}$$

であり, x 軸とこのグラフで囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

$\boxed{\mathbf{2}}$　四面体 OABC において

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = 1, \quad |\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = 3, \quad |\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = 5,$$
$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 1, \quad \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 3, \quad \overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 11$$

が成り立っている。

(1) 点 C から平面 OAB に垂線 CD を下ろすとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{\text{チ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{\text{ツ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

(2) 四面体 OABC の体積は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(3) 4 つの点 O, A, B, C すべてを通る球面の中心を P とする。P から平面 OAB に垂線 PE を下ろすとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \boxed{\text{ナ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

であり,

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

である。

3 1から7までの番号をつけた7枚のカードを，赤い箱に2枚，青い箱に2枚，白い箱に3枚入れる。このとき，以下の3つの条件P, Q, Rを考える。

P： 赤い箱の中の2枚のカードの番号が連続する整数である。

Q： 青い箱の中の2枚のカードの番号が連続する整数である。

R： 白い箱の中のどの2枚のカードの番号も連続する整数ではない。

(1) 条件Pを満たすカードの入れ方は $\boxed{\text{ホ}}$ 通りである。

(2) 条件Pと条件Qをともに満たすカードの入れ方は $\boxed{\text{マ}}$ 通りである。

(3) 条件Rを満たすカードの入れ方は $\boxed{\text{ミ}}$ 通りである。

(4) 条件Pと条件Rをともに満たすカードの入れ方は $\boxed{\text{ム}}$ 通りである。

(5) 条件Pと条件Qはどちらも満たさず，かつ条件Rを満たすカードの入れ方は $\boxed{\text{メ}}$ 通りである。