（2017年度）

2　数　学　問　題（60分）

（この問題冊子は７ページ，４問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ − にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともZにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，− にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) 平面のベクトル $\overrightarrow{a}=(3,1)$, $\overrightarrow{b}=(1,3)$ があり，$\overrightarrow{p}=(p_1,p_2)$ は $(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{p})\perp\overrightarrow{b}$ を満たしながら動く。

(i) ベクトル方程式

$$\overrightarrow{p}=\left(\boxed{\text{ア}},1\right)+t\left(\boxed{\text{イ}},1\right)$$

が成り立つ。

(ii) $|\overrightarrow{p}|=3\sqrt{2}$ かつ $p_1>0$ となるのは，$t=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のときである。

(iii) $\overrightarrow{p}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角を θ とする。$\theta=45^\circ$ かつ $p_1>0$ となるのは，$t=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ のときである。

(2) 平らな土地に塔が立っている。塔から少し離れた地点からその塔の上端を見上げたとき，地面からの仰角が α であった。その地点から塔に向かって 17m 近づいた地点で再び塔の上端を見上げると，地面からの仰角は 2α であった。$\tan\alpha=\dfrac{1}{4}$ であるとき，塔の高さは $\boxed{\text{キ}}$ m である。

2 すべての整数からなる集合を全体集合とし, その部分集合 X（ただし $X \neq \phi$）に関する以下の条件Pを考える。

P：　X の要素の中で最小の数が存在する。

(1) 選択肢の中から, Pであるための必要十分条件をすべて選べ。もし存在しなければ, Zをマークせよ。

(2) 選択肢の中から, Pであるための必要条件であるが十分条件でない条件をすべて選べ。もし存在しなければ, Zをマークせよ。

(3) 選択肢の中から, Pであるための十分条件であるが必要条件でない条件をすべて選べ。もし存在しなければ, Zをマークせよ。

(4) Pの否定を $\overline{\mathrm{P}}$ とする。選択肢の中から, $\overline{\mathrm{P}}$ であるための十分条件をすべて選べ。もし存在しなければ, Zをマークせよ。

選択肢：

A：　X は有限集合である。

B：　X は無限集合である。

C：　X のどの要素よりも小さな整数が存在する。

D：　$n \in X$ のとき $n-2 \in X$ である。

E：　X の要素はすべて自然数である。

F：　X の補集合には最小の数が存在しない。

$\boxed{3}$ 2つの曲線

$$C_1 : y = 2x^2 \quad (x \geqq 0), \qquad C_2 : y = \frac{1}{2}(x-3)^2 \quad (x \geqq 0)$$

の共有点をPとする。長方形ABCDを以下の通りに定める。

- AはC_1上にあり，かつ原点OとPの間にある。
- B, Cはともにx軸上にある。
- DはC_2上にあり，かつPと点$(3,0)$の間にある。

Aのx座標をtとする。

(1) Pの座標は$\left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$である。

(2) Dの座標は$\left(\boxed{\text{コ}}\,t + \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シ}}\,t^2\right)$である。

(3) 長方形ABCDの面積は$\boxed{\text{ス}}\,t^3 + \boxed{\text{セ}}\,t^2$であり，$t = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$のとき最大値$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$をとる。

$\boxed{4}$ 1辺の長さがaの正六角形ABCDEFを底面とし, Oを頂点に持つ六角錐O-ABCDEFを考える。$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{OD} = \mathrm{OE} = \mathrm{OF} = \sqrt{2}$とする。

(1) 六角錐の底面の面積をTとすると, $T = \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\sqrt{\boxed{ナ}}\,a^2$

である。

(2) 六角錐の表面積をSとすると

$$S = T + \frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}\,a\sqrt{\boxed{ネ} - a^2}$$

であり, 体積をVとすると

$$V = \frac{\sqrt{\boxed{ノ}}}{\boxed{ハ}}\,a^2\sqrt{\boxed{ヒ} - a^2}$$

である。

(3) $a = 1$のとき, 六角錐に内接する球の半径は$\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}} + \dfrac{\sqrt{\boxed{ホ}}}{\boxed{マ}}$

である。

(4) 六角錐のすべての頂点を通る球の半径は$\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{ミ} - a^2}}$であり,

六角錐の体積Vをその球の体積で割った値が最大となるのは,

$a = \dfrac{\sqrt{\boxed{ム}}}{\boxed{メ}}$のときである。