（2016年度）

6　数　学　問　題（90分）

（この問題冊子は７ページ，４問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ − にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，− にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7，$\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) nを5以上の自然数とする。1からnまでの自然数から3つ選ぶとき，それらが互いに隣り合わないような選び方は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\left(n-\boxed{\text{ウ}}\right)\left(n-\boxed{\text{エ}}\right)\left(n-\boxed{\text{オ}}\right)$$

通りである。ただし，$\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

(2) xの整式$P = x^3 - x^2 + 1$を$Q = x^2 - x + 1$で割った余りをR，QをRで割った余りをSとすれば，

$$S = \left(\boxed{\text{カ}}\,x + \boxed{\text{キ}}\right)P + \left(\boxed{\text{ク}}\,x^2 + \boxed{\text{ケ}}\right)Q$$

が成り立つ。

(3) 複素数zが$|z| = 1$を満たすとする。$w = \dfrac{4z}{1-2z}$とおくと，wは

$$\left|w + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right| = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

を満たす。

2 四面体OABCがあり，次の条件が満たされているものとする。

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\frac{1}{2},\qquad \overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{1}{2},\qquad \overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=0,$$
$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2=1,\qquad |\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2=\frac{3}{2},\qquad |\overrightarrow{\mathrm{OC}}|^2=1$$

(1) 点Bを通り，平面OACに垂直な直線と平面OACの交点をHとする。このとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}},\qquad |\overrightarrow{\mathrm{BH}}|=\boxed{\text{ツ}}$$

である。

(2) 四面体OABCの体積は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(3) 辺OA上に点P，辺BC上に点Qがあり，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ と直交しているとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であり，

四面体PABQの体積は四面体OABCの体積の $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ 倍である。

$\boxed{3}$ 関数

$$f(x) = a\sin\left\{\left(\frac{x}{2}+b\right)\pi\right\}+c$$

を考える。ただし, a, b, c は定数で $a > 0$, $-1 < b \leqq 1$ とする。

(1) $f(-1) = 0$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ のとき $a = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$, $b = \dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$

である。

(2) $f(-1) = 0$, $f(0) = -1$, $f(1) = 1$ のとき, b はただ一つに定まり

$\cos(b\pi) = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(3) 次の集合 A, B を考える。

$$A = \{-1, 0, 1\}, \qquad B = \{\, f(-1),\ f(0),\ f(1)\,\}$$

(i) $A \supset B$ となる a, b, c の組は $\boxed{\text{マ}}$ 通りあり, このうち $f(x)$ が $-1 < x < 1$ で最小値をとるものは $\boxed{\text{ミ}}$ 通りある。

(ii) $A = B$ となる a, b, c の組は $\boxed{\text{ム}}$ 通りある。

4 (1) 関数 $f(t)=\sqrt{1+\cos t}$ について, $0 \leqq t \leqq \pi$ のとき

$$f'(t)=\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\sqrt{1+\boxed{\text{ヤ}}\cos t}$$

が成り立つ。

(2) xy 平面上を動く点Pの時刻 t における座標 (x,y) が

$$\begin{cases} x=2\cos t+\cos 2t \\ y=2\sin t-\sin 2t \end{cases}$$

で与えられている。

(i) 点Pが描く曲線は $\boxed{\text{あ}}$ である。ただし, $\boxed{\text{あ}}$ には右の選択肢から最も適切なものを選べ。

(ii) $0<t<\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\pi$ のとき, x は単調に減少し y は単調に増加する。$\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\pi<t<\pi$ のとき x は単調に増加し, y は単調に減少する。$t=\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\pi$ のとき, Pの座標は

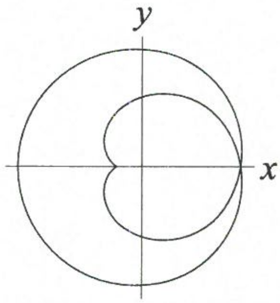
$$\left(\frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}},\ \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}\sqrt{\boxed{\text{ロ}}}\right)$$

である。

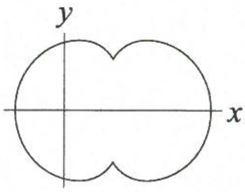
(iii) 点 P が描く曲線で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ワ}}$ π である。

また，$t = 0$ から $t = \pi$ までに P が動く道のりは $\boxed{\text{ヲ}}$ である。

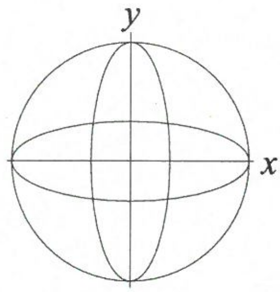
選択肢：



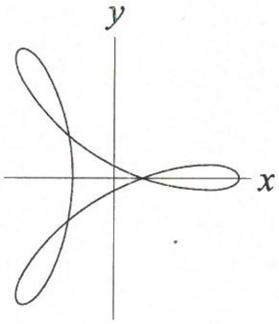
(A)



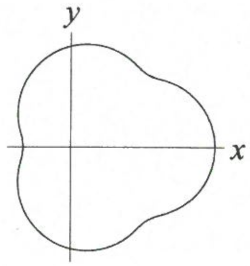
(B)



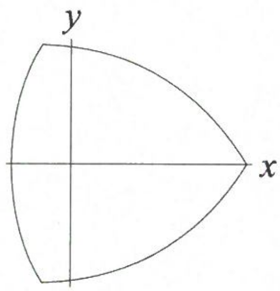
(C)



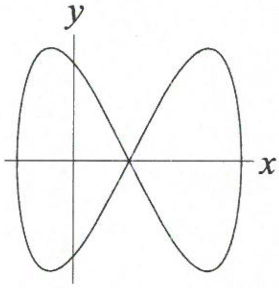
(D)



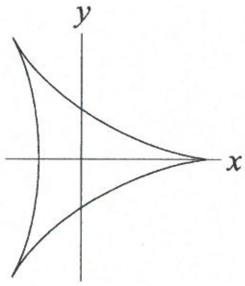
(E)



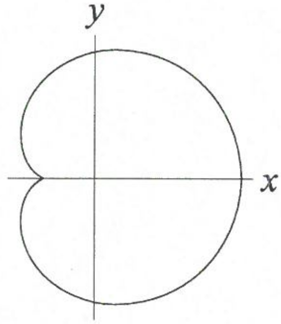
(F)



(G)



(H)



(I)