

(2016年度)

3 数学問題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 試験監督者から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけたりしてはならない。また, マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ $-$ にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも Z にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、 $-$ にはマークしない。)

[解答記入例] ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	$-$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	$-$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

[解答表示例]

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2 + x$ を, $\boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1} x^2 + \boxed{1} x + \boxed{0}$ とする。

- 1 (1) 1から6までの目が等しい確率で出るさいころを2回投げる。
1回目に出た目を m , 2回目に出た目を n とする。

(i) $9 \leq m+n \leq 11$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(ii) m が $1 \leq m \leq 4$ を満たすとき、 $9 \leq m+n \leq 11$ となる
条件つき確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (2) 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 16(\log_9 x)^3 - 48(\log_{31} x)^2 - 24\log_9 \frac{x}{729} - 65$$

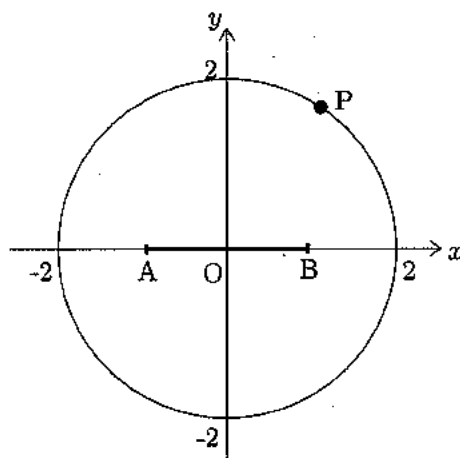
とする。区間 $\frac{\sqrt{3}}{9} \leq x \leq 81$ において、 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{オ}}$ で
最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キ}}$ で最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

- (3) 整式 $P(x)$ は、

$$P(x^2) = (x^2 + 1)P(x) - x^2, \quad P(2) = 7$$

を満たす。このとき、 $P(5) = \boxed{\text{ケ}}$ である。

- 2 a を 2 より小さい正の実数とする。 xy 平面上に点 $A(-a, 0)$ と点 $B(a, 0)$ をとる。 原点 O を中心とする半径 2 の円 C の円周に沿った壁と、 x 軸上の線分 AB に沿った壁がある。 ただし、 壁の厚さは無視できるものとする。 p, q を 0 以上の実数とし、 円周上の点 $P(p, q)$ に大きさの無視できる光源を置き、 円の内側を照らす。 このとき、 壁 AB によってつくられる影のうち円 C の弧の部分をも C' とする。



(1) $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $p = 0$ のとき、 C' の長さは $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ である。

- (2) $a = 1$ のとき、 C' の両端の点の x 座標を r, s ($r < s$) とする。
 このとき、 r を p で表すと、

$$r = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} + \frac{\boxed{\text{セ}}}{4p + \boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(3) $a = 1, p = \sqrt{2}$ のとき, C' の長さを 2α とすると,

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \text{ である。}$$

3 k を実数とする。2つの関数

$$f(x) = |2x + 1|x + 2x + 3, \quad g(x) = 2(x + 1)^2 + k(|x| - 1)$$

を考える。

(1) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが

• 異なる3つの交点をもつのは、 $k < \boxed{\text{テ}}$ または

$\boxed{\text{テ}} < k < \boxed{\text{ト}}$ のときである。このうち、

(i) $k < \boxed{\text{テ}}$ または $\boxed{\text{テ}} < k \leq \boxed{\text{ナ}}$ のとき、交点の

x 座標は

$$\boxed{\text{ニ}}, \boxed{\text{ヌ}}, \frac{\boxed{\text{ネ}} + k}{\boxed{\text{ノ}}} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{ニ}} < \boxed{\text{ヌ}})$$

である。

(ii) $\boxed{\text{ナ}} < k < \boxed{\text{ト}}$ のとき、交点の x 座標は

$$\boxed{\text{ハ}}, \boxed{\text{ヒ}}, \frac{\boxed{\text{フ}} + k}{\boxed{\text{ヘ}} - k} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{ヒ}})$$

である。

• 異なる2つの交点をもつのは、 $k = \boxed{\text{テ}}$ または $k > \boxed{\text{ト}}$ のときである。

(2) $k = -5$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ によって囲まれた図形の

面積は $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

