

(2016年度)

2 数学問題 (60分)

(この問題冊子は6ページ、3問である。)

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に、試験監督者から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し、所定の欄に氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら、この問題冊子が、上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は、HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. 解答は、解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。
6. マークをするとき、マーク欄からはみ出したり、白い部分を残したり、文字や番号、○や×をつけたりしてはならない。また、マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきらずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。
(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

[解答記入例]

 に7、

 に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	－ ○	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
		●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	－ ●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

[解答表示例]

$-\frac{3}{2}$ を、

 にあてはめる場合

 とする。

0 を、

 にあてはめる場合

 とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、

 $\sqrt{\square}$ にあてはめる場合

 $\sqrt{\square}$ とする。

$-x^2 + x$ を、

 $x^2 +$

 $x +$

 にあてはめる場合

 $x^2 +$

 $x +$

 とする。

1 $\frac{1}{9} \leq x \leq 81$ で定義された関数

$$f(x) = (\log_3 x)^3 - \frac{1}{6}(\log_3 x^3)^2 + \log_3 \frac{243}{x^6}$$

を考える。

(1) $\log_3 x = t$ とおくと、 $f(x)$ は t の式で

$$t^3 + \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}t^2 + \boxed{\text{ウ}}t + \boxed{\text{エ}}$$

と表せる。

(2) $\frac{1}{9} \leq x \leq 81$ において、関数 $f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{オ}}$ で最小値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

(3) $\frac{1}{9} \leq x \leq 81$ において、方程式 $f(x) = a$ が異なる 3 個の実数解をもつような定数 a の値の範囲は、

$$\boxed{\text{ケ}} \leq a < \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(4) $\frac{1}{9} \leq x \leq 81$ において、方程式 $f(x) = -6\log_3 x + b$ が異なる 3 個の実数解をもつような定数 b の範囲は、

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} < b < \boxed{\text{セ}}$$

である。

2 連立不等式

$$\begin{cases} 5x + 2y \leq 20 \\ x + 4y \leq 13 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$$

の表す領域を D とし, $k = x + 3y$ とする。

(1) 点 (x, y) が D 内を動くとき, k は

$$(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \text{ のとき最大値 } \frac{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}} \text{ をとり,}$$

$$(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \text{ のとき最小値 } \frac{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}} \text{ をとる。}$$

(2) x 座標と y 座標が共に整数である点を格子点という。点 (x, y) が D 内の格子点を動くとき, k は

$$(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \text{ のとき最大値 } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ をとり,}$$

$$(x, y) = \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \text{ のとき最小値 } \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \text{ をとる。}$$

- 3 (1) 2, 3, 3, 4, 4の数字が書かれた5枚のカードのうち、4枚を並べて4桁の自然数を作る。

(i) できる自然数の総数は 個である。

(ii) 2の倍数の総数は 個である。

(iii) 3の倍数の総数は 個である。

(iv) 4の倍数の総数は 個である。

(v) 9の倍数の総数は 個である。

(vi) 11の倍数の総数は 個である。

- (2) a を実数とし、関数 $f(x)$ と2次関数 $g(x) = -3ax^2 - 5x + (6a + 4)$ が、

$$\int_2^x f(t) dt = g(x)$$

を満たしている。このとき、 $a =$ であり、

$f(x) =$ $x +$ である。また、

$$\int_{-1}^2 (f(x) + g(x)) dx = \frac{\text{ル}}{\text{レ}}$$

である。

