（2016年度）

1　数　学　問　題（60分）

（この問題冊子は５ページ，３問である。）

受験についての注意

1. 試験監督者の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，試験監督者から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 試験監督者から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能やスマートウォッチなどのウェアラブル端末を使用してはならない。
5. **解答は，解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと。**
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけたりしてはならない。また，マーク箇所以外の部分には何も書いてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験監督者の許可なく試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が 0 のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ − にマークせよ。（0 または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を 1 とする。根号の内は，正の整数であって，2 以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄とも Z にマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，− にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に 7， $\boxed{イ}$ に −26 をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ $\triangle$ABC について, $\mathrm{AB} = 5$, $\mathrm{AC} = 3$, $45^\circ < A < 90^\circ$, $\tan 2A = -\dfrac{\sqrt{15}}{7}$ であるとする。$0 < x < \dfrac{5}{2}$ を満たす実数 x について, 辺 AB, AC 上のそれぞれに点 P, Q を $\mathrm{AP} = 2x$, $\mathrm{CQ} = x$ となるようにとる。

(1) $\cos A = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) $\mathrm{PQ}^2 = \boxed{ウ}\,x^2 + \boxed{エ}\,x + \boxed{オ}$ であり, PQ は $x = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\sqrt{\boxed{コ}}$ をとる。また, このとき, $\triangle$APQ の外接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である。

(3) 辺 PQ の中点を M とし, 辺 AM の M を越える延長線と $\triangle$APQ の外接円との交点を R とする。

$$\mathrm{AM}^2 = x^2 + \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}x + \frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$$

であり, AM が最小値をとるとき, $\mathrm{MR} = \dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\sqrt{\boxed{テ}}$ である。

2 実数 x, y に対して, 連立不等式

$$\begin{cases} y > 1 \\ \dfrac{1 - \log_y(x^2 - 1) - \log_y 2}{2 - \log_x y - \log_x 2} > 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots ①$$

を考える。

(1) $x > 0, y > 0$ が連立不等式 ① を満たすための必要十分条件は,

$$\begin{cases} y > 1 \\ \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} x^2 < y < \boxed{\text{ニ}}\, x^2 + \boxed{\text{ヌ}} \end{cases} \quad \cdots\cdots ②$$

である。

(2) 連立不等式 ② および $0 < x \leqq 2$ を満たす領域を D とする。さらに, D とその境界線をあわせて D' とする。

(i) D' の面積は,

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} + \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{フ}}$ とする。

(ii) 点 (x, y) が D' 内を動くとき, $y - 10x$ の最大値は

$\boxed{\text{ヘ}} + \boxed{\text{ホ}} \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ であり, 最小値は $\boxed{\text{ミ}}$ である。

3 正の整数 i, j, k, ℓ が

$$i+\frac{1}{i}+j+\frac{1}{j}+k+\frac{1}{k}=\ell \quad \cdots\cdots ①$$

を満たすとする。

(1) ① を満たす (i, j, k, ℓ) の組は $\boxed{\text{ム}}$ 通りある。

(2) 正の整数を係数とする3次関数

$$f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$$

を考える。① を満たす (i, j, k, ℓ) の組を1つ選び，この組を構成する4つの整数から1つずつ取り出して a_0, a_1, a_2, a_3 の順に代入する。ただし，4つの整数はそれぞれ1回しか代入しないものとする。例えば，(i, j, k, ℓ) が $(1, 1, 1, 6)$ であるとき，a_0, a_1, a_2, a_3 に代入する方法は4通りあり，そのうちの1つは，

$$a_0=1, \quad a_1=6, \quad a_2=1, \quad a_3=1$$

である。

このようにして定めた $f(x)$ が極大値と極小値をもち，さらに極値をとる2つの x の値の積が整数である場合，

$$a_0=\boxed{\text{メ}}, \quad a_1=\boxed{\text{モ}}, \quad a_2=\boxed{\text{ヤ}}, \quad a_3=\boxed{\text{ユ}}$$

である。