

(2015年度)

5 数学問題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 4問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
5. 解答は, 解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は, 消しゴムでいねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
12. この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7、イ に-26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を、 $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

1 (1) 座標平面上の放物線

$$y = (x - 29)^2 - 3600$$

と x 軸の共有点の x 座標は と である。

ただし < とする。

(2) $x + y = 1$ かつ $0 < x < 1$ を満たす実数 x, y に対して

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad B = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \left(1 + \frac{1}{y^2}\right)$$

とおく。

(i) A のとり得る値の最小値は である。

(ii) すべての x, y に対して

$$B = \text{エ} A^2 + \text{オ} A + \text{カ}$$

が成り立つ。

(iii) B のとり得る値の最小値は である。

2

赤いカードと青いカードが10枚ずつあり、それぞれ0から9までの数字が1つずつ書かれている。これら20枚から数枚を選ぶときの、選び方に関する次の条件 P を考える。

P : 選んだカードのうち、赤いカードに書かれた数字はすべて偶数である。

- (1) P であるための必要十分条件を下の選択肢からすべて選べ。ただし、選択肢に正解がない場合は、Zをマークせよ。
- (2) P の否定を下の選択肢からすべて選べ。ただし、選択肢に正解がない場合は、Zをマークせよ。

選択肢:

- A 選んだカードのうち、青いカードに書かれた数字はすべて奇数である。
- B 選んだカードのうち、奇数が書かれたカードはすべて青い。
- C 選んだカードのうち、偶数が書かれたカードはすべて赤い。
- D 選んだカードのうちに、偶数が書かれた青いカードが存在する。
- E 選んだカードのうちに、奇数が書かれた赤いカードが存在する。
- F 選んだカードのうちに、偶数が書かれた青いカードは存在しない。
- G 選んだカードのうちに、奇数が書かれた赤いカードは存在しない。

- 3 平面上に長さ5の線分 AB がある。B を中心とする半径4の円周上を点 C が動く。ただし、C は直線 AB 上にないとする。A で直線 AB に接し C を通る円を O とする。直線 BC と円 O の交点のうち、C でない点を D とする。

(1) $CD = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(2) 円 O の半径のとり得る長さの最小値は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(3) $\triangle ACD$ のとり得る面積の最大値は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(4) $\cos \angle ADC$ のとり得る値の最小値は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(5) 円 O の半径と $\triangle ABC$ の外接円の半径が一致するとき $AD = \boxed{\text{タ}}$ である。

- 4 1 から 9 の整数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから 1 枚ずつ 2 回カードを取り出す。最初に取り出したカードを元に戻してから次のカードを取り出す場合を「戻す場合」といい、最初のカードを戻さずに次のカードを取り出す場合を「戻さない場合」ということにする。最初に取り出したカードに書かれている数を a とし、次に取り出したカードに書かれている数を b とする。

(1) 戻す場合、 $8 \leq a + b \leq 12$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ であり、

戻さない場合、 $8 \leq a + b \leq 12$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(2) 戻す場合、 $60 \leq ab \leq 70$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ であり、

戻さない場合、 $60 \leq ab \leq 70$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(3) 戻す場合、 $60 \leq ab + a + b \leq 70$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ であり、

戻さない場合、 $60 \leq ab + a + b \leq 70$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ で

ある。



