（2014年度）

5　数　学　問　題（60分）

（この問題冊子は６ページ，３問である。）

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. **解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと**。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと**。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎　この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，－にはマークしない。)

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7, $\boxed{イ}$ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
ア	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = a\sin 2x - \sin x + \cos x$$

とする。ただし, a を負の実数とする。

(1) $t = -\sin x + \cos x$ とおくと, $f(x)$ は t を用いて

$$\boxed{\text{ア}}\, at^2 + \boxed{\text{イ}}\, t + \boxed{\text{ウ}}\, a$$

と表される。

(2) $f(x)$ は, $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}} < a < 0$ のとき,

最大値 $\boxed{\text{キ}}\, a + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$

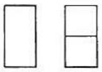
最小値 $\boxed{\text{ケ}}\, a + \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$

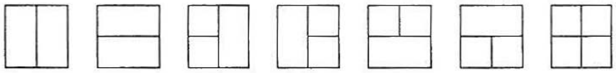
をとり, $a \leqq \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のとき,

最大値 $\boxed{\text{シ}}\, a + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$

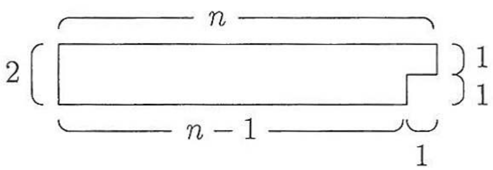
最小値 $\boxed{\text{セ}}\, a + \dfrac{1}{\boxed{\text{ソ}}\, a}$

をとる。

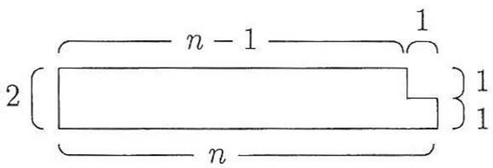
2 一辺の長さが 1 の正方形のタイルと, 辺の長さが 1 と 2 の長方形のタイルの 2 種類のタイルを並べて, 縦の長さ 2, 横の長さ n の長方形を形作ることを考え, タイルの並べ方の総数を a_n とする。$n=1$ のとき,  のように $a_1=2$ であり, $n=2$ のとき,



のように $a_2=7$ である。また,



のような図形を上の 2 種類のタイルで形作るときのタイルの並べ方の総数を b_n とし,



のような図形を上の 2 種類のタイルで形作るときのタイルの並べ方の総数を c_n とする。このとき, $b_1=c_1=1$, $b_2=c_2=3$ である。以下の問いに答えよ。

(1) $a_3=$ $\boxed{\text{タ}}$, $b_3=$ $\boxed{\text{チ}}$, $c_3=$ $\boxed{\text{ツ}}$ である。

(2) $b_n = \boxed{\text{テ}}\, c_n$ であることに注意すると,

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ト}}\, a_n + \boxed{\text{ナ}}\, a_{n-1} + \boxed{\text{ニ}}\, b_n \quad (n \geqq 2)$$

$$b_{n+1} = \boxed{\text{ヌ}}\, a_n + \boxed{\text{ネ}}\, b_n \quad (n \geqq 1)$$

である。よって, $n \geqq 2$ のとき, 漸化式

$$a_{n+2} = \boxed{\text{ノ}}\, a_{n+1} + \boxed{\text{ハ}}\, a_n + \boxed{\text{ヒ}}\, a_{n-1}$$

$$b_{n+2} = \boxed{\text{フ}}\, b_{n+1} + \boxed{\text{ヘ}}\, b_n + \boxed{\text{ホ}}\, b_{n-1}$$

を得る。

(3) $a_4 = \boxed{\text{マ}}$ である。

3 2つのさいころA, Bについて, 1から6までのそれぞれの目が出る確率は $\frac{1}{6}$ であるとする。2つのさいころを投げ, Aの目を m, Bの目を n とする。さらに, 座標平面上の2つの放物線 C_1 と C_2 を, 次の条件を満たすものとする。

C_1 : 原点Oを頂点とし, 下に凸で, 点 $\mathrm{P}(m, n)$ を通る

C_2 : 点 $\left(0, \frac{13}{2}\right)$ を頂点とし, 上に凸で, 点 $\mathrm{P}(m, n)$ を通る

(1) 放物線 C_1 と C_2 の方程式をそれぞれ $y = f(x)$, $y = g(x)$ とするとき,

$$f(x) = \frac{n}{m^2}x^2, \quad g(x) = \frac{1}{m^2}\left(\boxed{\text{ミ}}\,n + \frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}\right)x^2 + \frac{13}{2}$$

である。

(2) $x \geqq 0$ の範囲で, 放物線 C_1, C_2, および y 軸で囲まれた領域の面積 S を m と n の式で表すと, $\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}m + \boxed{\text{ユ}}\,n$ である。

したがって, S の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ である。また, $10 \leqq S \leqq 20$ を満たす (m, n) の組合せは, 全部で $\boxed{\text{リ}}$ 通りある。

(3) C_1 と C_2 の点 $\mathrm{P}(m, n)$ における接線を, それぞれ ℓ_1, ℓ_2 とおく。ℓ_1 と ℓ_2 は, $(m, n) = \left(\boxed{\text{ル}}, \boxed{\text{レ}}\right)$ のときに垂直に交わる。このとき, ℓ_1 と x 軸との交点の x 座標は $x = \boxed{\text{ロ}}$, また, ℓ_2 と x 軸との交点の x 座標は $x = \dfrac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$ である。