

(2014年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
 2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
 3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
 4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
 5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
 6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
 7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
 8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
 9. 試験時間中に退場してはならない。
 10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に 7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square-3}{\square 2}$ とする。

0 を, $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square 0}{\square 1}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square-1}{\square 2} \sqrt{\square 3}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\square x^2 + \square x + \square$ にあてはめる場合

$\square-1 x^2 + \square 1 x + \square 0$ とする。

1

- (1) 整式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は、 $x^2 + 3$ で割ると余りは $x + 3$ であり、 $x^2 + x + 2$ で割ると余りは $3x + 5$ である。このとき、

$$a = \boxed{\text{ア}}, b = \boxed{\text{イ}}, c = \boxed{\text{ウ}}, d = \boxed{\text{エ}}$$

である。

- (2) x の関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 + \log_2(\sqrt{2}x)$$

は、 $x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ をとる。

- (3) 総数 100 本のくじがあり、その当たりくじの賞金と本数は下の表の通りである。この中から 1 本のくじを引くときの賞金の期待値は $\boxed{\text{ケ}}$ 円であり、2 本のくじを同時に引くときの賞金の合計金額の期待値は $\boxed{\text{コ}}$ 円である。

	賞金	本数
1 等	1000 円	1 本
2 等	500 円	2 本
3 等	200 円	5 本
はずれ	0 円	92 本

- 2 AB = 3, BC = 3, CA = 2 である $\triangle ABC$ の辺 AB 上を動く点を P とし, AP = t とする。点 P から辺 AC に下ろした垂線を PQ, 辺 BC に下ろした垂線を PR とする。ただし, 点 P が点 A と一致するとき, 点 Q も点 A と一致し, 点 P が点 B と一致するとき, 点 R も点 B と一致するものとする。

(1) $CQ = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}t + \boxed{\text{ス}}$, $CR = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}t + \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) QR は $t = \boxed{\text{ツ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ をとり,

$t = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ をとる。

(3) $\triangle CQR$ の面積は $t = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ をとる。

3 $a \geq 0$ とし

$$S(a) = \int_0^1 |x^2 + 2ax + a^2 - 1| dx$$

とおく。

(1) $a = \frac{1}{2}$ のとき $S(a) = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

(2) 等式

$$S(a) = \int_0^1 (x^2 + 2ax + a^2 - 1) dx$$

が成り立つ a の範囲は $a \geq \boxed{\text{ミ}}$ である。

(3) $a \geq \boxed{\text{ニ}}$ のとき

$$S(a) = \boxed{\text{ム}} a^2 + \boxed{\text{メ}} a + \frac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}$$

であり、 $0 \leq a < \boxed{\text{ミ}}$ のとき

$$S(a) = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} a^3 + \boxed{\text{ラ}} a^2 + \boxed{\text{リ}} a + \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}}$$

である。

(4) $S(a)$ は $a = \frac{\boxed{\text{ロ}} + \sqrt{\boxed{\text{ワ}}}}{\boxed{\text{ヲ}}}$ のとき最小値をとる。

