(2014年度)

2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. **解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと**。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと**。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ－にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともｚにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，－にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{ア}$ に7， $\boxed{イ}$ に－26をマークする場合。

	符号	10の位											1の位										
	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

1 正三角形ABCにおいて，点Aから辺BCに下ろした垂線をAD，点Bから辺ACに下ろした垂線をBEとする。△ABDの内心をOとするとき，内接円Oの半径は1である。円Oと3辺AB, AD, BDとの接点をそれぞれF, G, Hとする。

(1) $\mathrm{AE} = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\mathrm{AF} = \boxed{\text{ウ}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) $\mathrm{AO} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。ただし，$\boxed{\text{オ}} < \boxed{\text{カ}}$ とする。

(4) $\mathrm{FG} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。ただし，$\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

(5) 円Oの点Hを含まない弧FGと線分AFおよび線分AGで囲まれた図形の面積は

$$\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$$

である。

2 座標平面において，放物線 $C : y = -x^2 + 3x$ と直線 $\ell : y = \frac{1}{2}x$ で囲まれた領域を S とする。ただし，S は境界線を含むものとする。

(1) C と ℓ の共有点は，原点 O と点 $\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)$ である。

(2) 点 P$(-1, 3)$ を通り傾きが a の直線 m が，領域 S と共有点をもつとする。このとき，a の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

(3) $a = \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ のとき，直線 m と領域 S の共有点を Q とすると，Q の x 座標は $\boxed{\text{ニ}} + \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(4) △OPQ の面積は $\boxed{\text{ネ}} + \boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(5) 線分 OP，線分 PQ および放物線 C で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\sqrt{\boxed{\text{マ}}}$$

である。

3 座標平面上に3点

$$A(1,0),\quad B(\cos 2t, \sin 2t),\quad C(\cos(-t), \sin(-t))$$

がある。ただし, $0 < t < 2\pi$ とする。

(1) 3点A, B, Cのうち, 少なくとも2点が一致するような t は全部で $\boxed{ミ}$ 個あり, その中で最大の t は $\dfrac{\boxed{ム}}{\boxed{メ}}\pi$ である。

以下3点A, B, Cの座標がすべて異なる場合を考える。

(2) $\triangle ABC$ が直角三角形となるような t は全部で $\boxed{モ}$ 個あり, その中で最大の t は $\dfrac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}\pi$ である。

(3) $\triangle ABC$ が $AC = BC$ を満たすような t は全部で $\boxed{ヨ}$ 個あり, その中で最大の t は $\dfrac{\boxed{ラ}}{\boxed{リ}}\pi$ である。

(4) $\triangle ABC$ が $AB = BC$ を満たすような t は全部で $\boxed{ル}$ 個あり, その中で最大の t は $\dfrac{\boxed{レ}}{\boxed{ロ}}\pi$ である。