(2013年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し，所定の欄に氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
3. 監督から試験開始の指示があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
4. 筆記具は，**HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
5. **解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと**。その他の部分には何も書いてはならない。
6. マークをするとき，マーク欄からはみ出したり，白い部分を残したり，文字や番号，○や×をつけてはならない。
7. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと**。
8. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。
9. 試験時間中に退場してはならない。
10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
11. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ－にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともzにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，－にはマークしない。）

〔解答記入例〕 $\boxed{\text{ア}}$ に7， $\boxed{\text{イ}}$ に－26をマークする場合。

	符号	10 の 位											1 の 位										
	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
ア	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を，$\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}\,x^2+\boxed{1}\,x+\boxed{0}$ とする。

$\boxed{1}$ (1) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ で $\tan 2\theta + \tan\theta - \dfrac{2}{3} = 0$ のとき

$$\tan\theta = \boxed{\text{ア}} \quad または \quad \tan\theta = \frac{\boxed{\text{イ}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} \quad である。$$

$$ただし,\ \boxed{\text{ア}} > \frac{\boxed{\text{イ}} + \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} \quad とする。$$

(2) a を 1 でない正の実数, x と y を整数とするとき, 条件

$$-6 \leqq x \leqq 6, \qquad a = \frac{x^2 - 5x + 6}{12}, \qquad \log_a y = -1$$

を満たす組 (x, y) は $\boxed{\text{オ}}$ 個あり, その中で $x + y$ が最小となる組は $(x, y) = \left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right)$, $x + y$ が最大となる組は $(x, y) = \left(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$ である。

(3) 座標平面において, 円 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ 上に中心があり, x 軸と y 軸の両方に接する円のうち, 半径が最大となるものは

$$\left(x + \boxed{\text{コ}}\right)^2 + \left(y + \boxed{\text{サ}}\right)^2 = \boxed{\text{シ}}$$

である。

2 1辺の長さが 2 の正四面体ABCDにおいて, 辺BCの中点をP, 辺CDを1 : 2に内分する点をQとし, BQとDPの交点をRとする。

(1) $\mathrm{PD} = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) $\mathrm{BQ} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(3) $\mathrm{PR} = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\mathrm{PD}$ である。

(4) $\mathrm{AR} = \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(5) 四面体APCRの体積は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(6) Rから△ABCに下ろした垂線の長さは $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

(7) $\angle\mathrm{PAR} = \theta$ とするとき $\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

$\boxed{3}$ さいころを2回投げて1回目に出た目を a, 2回目に出た目を b とし，座標平面上の点 (a, b) をPで表す。

(1) $b > a$ となる確率は $\dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$ である。

(2) $7 < a + b < 10$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ム}}{\boxed{メ}}$ である。

(3) $a - 2b + 2 > 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{モ}}{\boxed{ヤ}}$ である。

(4) $a - 2b + 2 < 0$ かつ $a + 3b - 13 \leqq 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ユ}}{\boxed{ヨ}}$ である。

(5) $1 < (a-5)^2 + (b-4)^2 < 5$ となる確率は $\dfrac{\boxed{ラ}}{\boxed{リ}}$ である。

(6) 点 $\mathrm{P}(a, b)$ を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円が直線 $x - 2y + 2 = 0$ と接する確率は $\dfrac{\boxed{ル}}{\boxed{レ}}$ である。