

(2013年度)

1 数学問題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
 2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
 3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
 4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
 5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
 6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
 7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
 8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
 9. 試験時間中に退場してはならない。
 10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示ときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に -26 をマークする場合。

| 符号 | 10 の 位 | | | | | | | | | | | 1 の 位 | | | | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ア | - | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
| | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| イ | - | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Z |
| | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を, $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$-x^2+x$ を, $\boxed{}x^2+\boxed{}x+\boxed{}$ にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$ とする。

- 1 (1) θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす定数とする。 x の 2 次方程式

$$x^2 \sin \theta - x \cos 2\theta + \sin \theta = 0$$

が重解を持つとき

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

- (2) 関数

$$y = \left(\log_3 \frac{x}{27} \right) \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{x} \right) \quad \left(\frac{1}{3} \leq x \leq 27 \right)$$

は、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき

最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

- (3) 整式 $P(x)$ を $x - 2$ で割ると -3 余り、 $x^2 + x + 3$ で割ると $3x + 9$ 余る。このとき、 $P(x)$ を $x^3 - x^2 + x - 6$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{ケ}} x^2 + \boxed{\text{コ}} x + \boxed{\text{サ}}$ である。

- 2 O を原点とする座標平面上に直線 $l : y = 2x$ および原点を通る直線 m がある。 m は傾きが正で、 l とのなす角が $\frac{\pi}{4}$ である。点 P は直線 l の下側かつ m の上側の領域を $OP = 1$ を満たしながら動く。 l に関して P と対称な点を Q 、 m に関して P と対称な点を R とする。

(1) m の傾きは $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2) Q が y 軸上にあるとき、 P の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \right)$ である。

(3) 直線 OP と直線 m とのなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) とおく。

$\triangle PQR$ の面積は $\theta = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi$ のとき最大値 $\frac{\boxed{\text{ト}} + \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$

をとる。このとき $\tan \theta = \boxed{\text{ヌ}} + \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ であり、直線 OP

の傾きは $\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} + \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

3 数 1, 2, 3 がそれぞれ 2 つの面に書かれた立方体のさいころ (1, 2, 3 の目がそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出るさいころ) を投げたとき出た目の数を a とし, 3 枚の硬貨を同時に投げたとき表の出た枚数を b とする。

(1) a の期待値は \square ホ \square , b の期待値は $\frac{\square}{\square}$ マ \square ミ \square である。

(2) 上記のさいころと硬貨を使って A 君と B 君が勝負をする。 $a > b$ のとき A 君の勝ち, $a < b$ のとき B 君の勝ち, $a = b$ のときは引き分けとする。

(i) 1 回の勝負で, 引き分ける確率は $\frac{\square}{\square}$ ム \square メ \square である。

(ii) 1 回の勝負で, B 君が勝つ確率は $\frac{\square}{\square}$ モ \square ヤ \square である。

(iii) 2 回の勝負で, A 君の勝った回数の方が B 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\square}{\square}$ ユ \square である。

(iv) 2 回の勝負で, B 君の勝った回数の方が A 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\square}{\square}$ ヲ \square ラ \square である。

(v) 3 回の勝負で, A 君の勝った回数の方が B 君の勝った回数より多くなる確率は $\frac{\square}{\square}$ リ \square ル \square である。

