

(2013年度)

## 2 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

### 受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
  2. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号と一致することを確認し, 所定の欄に氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机上に置くこと。
  3. 監督から試験開始の指示があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっていることを確かめること。
  4. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
  5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
  6. マークをするとき, マーク欄からはみ出したり, 白い部分を残したり, 文字や番号, ○や×をつけてはならない。
  7. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
  8. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。
  9. 試験時間中に退場してはならない。
  10. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
  11. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。



## マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例〕 ア に7, イ に -26 をマークする場合。

	符号	10 の 位										1 の 位											
ア	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
イ	-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$  を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$  とする。

0 を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$  とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  を,  $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \sqrt{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$  とする。

$-x^2+x$  を,  $\boxed{\phantom{00}}x^2+\boxed{\phantom{00}}x+\boxed{\phantom{00}}$  にあてはめる場合

$\boxed{-1}x^2+\boxed{1}x+\boxed{0}$  とする。

- 1 (1)  $f(x)$  は3次の整式で  $f(0) = 0$  を満たす。このとき、任意の実数  $a$  に対して

$$f(a+1) - f(a) = a^2$$

であれば

$$f(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x^3 + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x^2 + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x$$

である。

- (2)  $0 \leq \theta \leq \pi$  において、 $\sin \theta > \cos \theta$  かつ  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$  が成り立つとき

$$\sin \theta = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

- (3)  $a$  を定数とする。関数  $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 3a$  は、

$$a \neq \boxed{\text{ケ}} \text{ のとき, } x = \boxed{\text{コ}} a \text{ と } x = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} a \text{ で極値をとる。}$$

ただし  $\boxed{\text{コ}} < \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$  とする。  $x$  の方程式  $f(x) = 0$  が

ただ1つの実数解をもつような整数  $a$  の最大値は  $\boxed{\text{ス}}$  である。

- 2 AB = AC = 3である△ABCを考える。△ABCの内部に点Pがあり、BPの延長と辺ACとの交点をDとおく。△ABC, △PAB, △PBC, △PCAの面積をそれぞれS, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>とおくとき

$$S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 2 : 3$$

が成立している。∠BAC = αとおく。

(1) AD =  である。△PDAの面積は  $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} S$  である。

(2) BD =  BP である。BP<sup>2</sup> =  $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}} + \frac{\text{ト}}{\text{ナ}} \cos \alpha$  である。

(3) AP<sup>2</sup> =  $\frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}} + \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}} \cos \alpha$  である。

(4) αが変化するとき  $\frac{BP}{AP}$  がとり得る値の範囲は

$$\frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}} < \frac{BP}{AP} < \text{フ}$$

である。

**3** 6つの面すべてに図のような各面を9等分する平行線の入った立方体 ABCD-EFGH において、G から A まで立方体の辺または平行線上を歩いて行く最短経路を考える。ただし、辺は両端点を含むものとする。

- (1) C を通って G から A まで行く最短経路は  通りある。
- (2) 辺 BC 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は  通りある。
- (3) 辺 BC もしくは辺 CD 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は  通りある。
- (4) 辺 EF もしくは辺 EH 上の少なくとも1つの点を通して G から A まで行く最短経路は  通りある。
- (5) G から A まで行く最短経路は  通りある。





