

(2012年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
○	● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
●	○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square}$ とする。

0 を、 $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ とする。

1 x の 3 次式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において

$$f(\cos \theta) = \cos 3\theta - \sqrt{3} \cos 2\theta$$

を常に満たすとする。

(1) $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$, $c = \boxed{\text{エ}}$, $d = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において, $\cos 3\theta - \sqrt{3} \cos 2\theta$ は

$\theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$ をとり,

$\theta = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ をとる。

(3) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において,

$$\cos 3\theta - \sqrt{3} \cos 2\theta \geq \alpha \cos \theta + \sqrt{3}$$

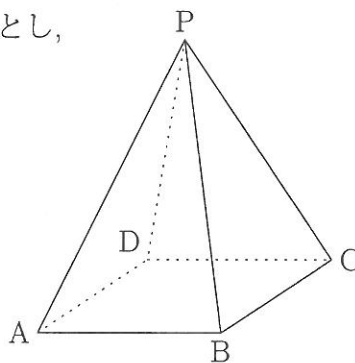
が常に成り立つような α の最大値は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(4) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ において,

$$\cos 3\theta - \sqrt{3} \cos 2\theta \leq \beta \cos \theta + \sqrt{3}$$

が常に成り立つような β の最小値は $\boxed{\text{タ}} + \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

- 2 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正方形 ABCD を底面とし、
 $PA=PB=PC=PD=\sqrt{5}$
 である四角錐 PABCD を考える。



- (1) 四角錐 PABCD のすべての面に接する球の中心を O とし、P から底面 ABCD に垂線 PH を下ろすとき

$$PH = \boxed{\text{テ}}, \quad OH = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

- (2) 辺 PB の中点を Q、辺 PD の中点を R とする。3 点 Q, R, C を含む平面と辺 PA との交点を S とする。このとき

$$SP = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。S から線分 AC に垂線 ST を下ろすとき

$$ST = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}, \quad CT = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。さらに、四角形 CRSQ の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$$

である。

3 1から9までの数字が1つずつ書かれた9枚のカードがある。これらを3枚ずつ3つのグループに無作為に分け、それぞれのグループから最も大きい数が書かれたカードを取り出す。

(1) 取り出された3枚のカードの中に9が書かれたカードが含まれ

る確率は $\frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ である。

(2) 取り出された3枚のカードの中に8が書かれたカードが含まれ

る確率は $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ である。

(3) 取り出された3枚のカードの中に3が書かれたカードが含まれ

る確率は $\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$ である。

(4) 取り出された3枚のカードの中に6が書かれたカードが含まれ

る確率は $\frac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$ である。

(5) 取り出された3枚のカードに書かれた数の中で、最小の数が6で

ある確率は $\frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である。

