(2011年度)

5 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・ＰＨＳの電源は切ること。
3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. **解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと**。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと。**
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は，符号欄にマークしない。)

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。

根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合，－にはマークしない。)

〔解答記入例　7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例　－26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1)

$$\alpha = \left\{\left(\frac{413}{8}\right)^{\frac{1}{2}} + 6\right\}^{\frac{1}{3}} - \left\{\left(\frac{413}{8}\right)^{\frac{1}{2}} - 6\right\}^{\frac{1}{3}}$$

は整数を係数とする 3 次方程式

$$2x^3 + \boxed{\text{ア}}\, x^2 + \boxed{\text{イ}}\, x + \boxed{\text{ウ}} = 0$$

の解である。

(2) $f(x) = x^3 - 4x$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上に 2 点 $\mathrm{P}(t-1, f(t-1))$, $\mathrm{Q}(t+1, f(t+1))$ をとる。線分 PQ が曲線 $y = f(x)$ と P, Q 以外の点で交わるための t の条件は

$$\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} < t < \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

2 座標平面上に曲線 $C : y = -x^2$ および, C 上の 2 点 $\mathrm{A}(a, -a^2)$, $\mathrm{B}(b, -b^2)$ (ただし $a < b$) を考える。A における C の接線を ℓ, B における C の接線を m とする。2 直線 ℓ, m の交点を $\mathrm{P}(x, y)$ とする。

(1) $\mathrm{P}(x, y)$ の各座標を a, b で表すと,

$$x = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}a + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}b, \qquad y = \boxed{\text{シ}}\ ab$$

である。

(2) ℓ と m が直交するように A, B が C 上を動くとき, $\mathrm{P}(x, y)$ は常に

$$\boxed{\text{ス}}\ x + \boxed{\text{セ}}\ y - 1 = 0$$

を満たす。

(3) $\angle\mathrm{APB} = 135^\circ$ であるように A, B が C 上を動くとき, $\mathrm{P}(x, y)$ は常に

$$\boxed{\text{ソ}}\ x^2 + \boxed{\text{タ}}\left(y + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)^2 + 1 = 0$$

を満たし, $x = 0$ のとき $\mathrm{P}(0, y)$ の y 座標は

$$\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} + \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

3 Mを2以上の整数とし，0から$M-1$までの各整数を書いたカードが1枚ずつ合計M枚，箱の中に入っているものとする。この箱の中から1枚のカードを取り出し，カードに書かれている数を調べて箱に戻す試行を考える。

この試行をn回行ったとき，箱から取り出したn枚のカードに書かれている数の和が偶数である確率をP_nで表す。

(1) $M=2$のとき，$P_n=\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$である。

(2) $M=3$のとき，

$$P_1=\frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}},\qquad P_2=\frac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$$

である。また，

$$P_n=\frac{\boxed{ホ}}{\boxed{マ}}\left(\frac{\boxed{ミ}}{\boxed{ム}}\right)^n+\frac{\boxed{メ}}{\boxed{モ}}$$

である。

(3) Mが偶数のとき，

$$P_n=\frac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}$$

である。またMが奇数のとき，

$$P_n=\frac{\boxed{ヨ}}{\boxed{ラ}}\left(\frac{1}{M}\right)^n+\frac{\boxed{リ}}{\boxed{ル}}$$

である。