

(2011年度)

## 6 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ, 3問である。)

### 受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

## マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

[解答記入例 7]

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
○	● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○

[解答記入例 -26]

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
●	○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○

[解答表示例]

$-\frac{3}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$  とする。

0 を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$  とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}\sqrt{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$  とする。

1  $a, b, c$  は整数で,  $a \geq 1, b \geq 0, c \geq 0$  とする。  $x$  の 2 次式  $P(x) = ax^2 + bx + c$  を考える。

(1)  $P(1) = 2$  を満たす  $P(x)$  は全部で  個存在する。

(2) 条件 :

『 $P(n) = 5$  を満たす自然数  $n$  が存在する』

を満たす  $P(x)$  は全部で  個存在する。

このような  $P(x)$  のうち,  $P(3) = 17$  を満たすものは

$$P(x) = \text{ウ} x^2 + \text{エ} x + \text{オ}$$

である。

(3) 条件 :

『 $P(n) = 3$  を満たす自然数  $n$  が存在し, かつ,  
任意の自然数  $m$  に対して  $P(m)$  が奇数である』

を満たす  $P(x)$  のうち,  $a$  が最大のものは

$$P(x) = \text{カ} x^2 + \text{キ} x + \text{ク}$$

であり,  $a$  が最小のものは

$$P(x) = \text{ケ} x^2 + \text{コ} x + \text{サ}$$

である。

2  $\triangle ABC$  において  $BC = 4$ ,  $\tan \frac{B}{2} = \frac{1}{3}$ ,  $\tan \frac{C}{2} = \frac{1}{5}$  とする。

(1)  $\triangle ABC$  の内接円の半径は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

(2)  $\sin B = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ ,  $\sin C = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。

(3)  $AB = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$  である。

(4)  $\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  である。

- 3  $xyz$  空間内の正四面体 ABCD を考える。頂点 A, B, C, D はすべて原点 O を中心とする半径 1 の球面  $S$  上にある。A の座標は  $(0, 0, 1)$  であり、B の  $x$  座標は正、 $y$  座標は 0 である。また、C の  $y$  座標は D の  $y$  座標より大きい。

(1) B, C, D の  $z$  座標は  $\frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}$  である。

(2) C の  $x$  座標は  $\frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}\sqrt{\text{ハ}}$  である。

- (3) O を端点とし  $\triangle ABC$  の重心を通る半直線が  $S$  と交わる点を

P とする。線分 AP の長さは  $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}\sqrt{\text{ヘ}}$ 、ベクトル  $\vec{AP}$  と

ベクトル  $\vec{BP}$  の内積は  $\text{ホ}$  である。

以後、四面体 PABC を  $V_P$  で表す。

(4)  $\triangle APB$  の面積は  $\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}$  である。

- (5) (3) で  $\triangle ABC$  に対して点 P および四面体  $V_P$  を定めたときと同様に、 $\triangle ACD$ ,  $\triangle ABD$ ,  $\triangle BCD$  に対してそれぞれ点 Q, R, T および四面体  $V_Q$ ,  $V_R$ ,  $V_T$  を定める。四面体 ABCD と  $V_P$ ,  $V_Q$ ,  $V_R$ ,  $V_T$  をあわせた立体を  $V$  とすると、 $V$  の表面積は  $\text{ム}$  であり、

$V$  の体積は  $\frac{\text{メ}}{\text{モ}}\sqrt{\text{ヤ}}$  である。





