(2011年度)

4 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は5ページ，3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで，問題冊子を開いてはならない。
2. 携帯電話・ＰＨＳの電源は切ること。
3. 試験開始前に，監督から指示があったら，解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し，氏名を記入すること。次に，解答用紙の右側のミシン目にそって，きれいに折り曲げてから，受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し，机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら，この問題冊子が，上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. **解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで，そのマーク欄をぬりつぶすこと**。その他の部分には何も書いてはならない。
6. 筆記具は，**ＨかＦかＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル**に限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能，計算機能，辞書機能などを使用してはならない。
7. マークをするとき，枠からはみ出したり，枠のなかに白い部分を残したり，文字や番号，枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は，消しゴムでていねいに消すこと。**消しくずはきれいに取り除くこと**。
9. 解答用紙を折り曲げたり，破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場してはならない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子，計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際，はじめの位の数が0のときも，必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には，解答が負数の場合のみ－にマークせよ。（0または正数の場合は，符号欄にマークしない。）

分数は，既約分数で表し，分母は必ず正とする。また，整数を分数のかたちに表すときは，分母を1とする。

根号の内は，正の整数であって，2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合，あるいは二つ以上の答が得られる場合には，各位の欄ともzにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合，－にはマークしない。）

〔解答記入例　7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例　－26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\dfrac{3}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を，$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 (1) $x > 1$ とする。

$$\sqrt{\log_2 x} > \log_2 \sqrt{x}$$

を満たす x の値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) x の関数

$$y = \sqrt{2}\,(\sin x - \cos x) - \sin x \cos x + 1 \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。

(i) $t = \sin x - \cos x$ とおくと，

$$y = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}t^2 + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\,t + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

が成り立つ。

(ii) $x = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ で y は最大値 $\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ をとり，

$x = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ で y は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ をとる。

$\boxed{\mathbf{2}}$ Oを原点とする座標平面上に, 放物線 $F: y=x^2+1$ および, 点 $\mathrm{A}(5,0)$ を中心とする半径4の円 C がある。F 上に点 $\mathrm{P}(t, t^2+1)$, C 上に点 $\mathrm{Q}(a,b)$ をとる。

(1) Pにおける放物線 F の接線と直線APとが直交するとき, 線分APの長さは $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である。

(2) Qを固定し, Pのみが動くとする。△OPQの面積は $t=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\cdot\dfrac{b}{a}$ で最小値をとる。その最小値を a で表すと

$$\frac{1}{8}\left(\boxed{\text{ト}}\,a+\frac{\boxed{\text{ナ}}}{a}+\boxed{\text{ニ}}\right)$$

である。

(3) P, Qがともに動くとする。△OPQの面積は $a=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$ で最小値

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}+\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$$

をとる。

3 正 n 角形の頂点から同時に3点を選び，それらを頂点とする三角形を作る。ただし，どの3点が選ばれるかは同様に確からしいとする。

(1) $n = 6$ のとき，三角形が直角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

(2) $n = 8$ のとき，三角形が鈍角三角形となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$ である。

(3) n が偶数のとき，三角形が直角三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{モ}}}{n + \boxed{\text{ヤ}}}$$

であり，三角形が鈍角三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}\left(\frac{n + \boxed{\text{ラ}}}{n + \boxed{\text{リ}}}\right)$$

である。

(4) n が6の倍数のとき，三角形が正三角形以外の二等辺三角形となる確率は

$$\frac{\boxed{\text{ル}}\left(n + \boxed{\text{レ}}\right)}{\left(n + \boxed{\text{ロ}}\right)\left(n + \boxed{\text{ワ}}\right)}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ロ}} > \boxed{\text{ワ}}$ とする。