

(2011年度)

2 数学問題 (60分)

(この問題冊子は6ページ, 3問である。)

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで, 問題冊子を開いてはならない。
 2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
 3. 試験開始前に, 監督から指示があったら, 解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し, 氏名を記入すること。次に, 解答用紙の右側のミシン目にそって, きれいに折り曲げてから, 受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し, 机の上に置くこと。
 4. 監督から試験開始の合図があったら, この問題冊子が, 上に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
 5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで, そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはならない。
 6. 筆記具は, HかFかHBの黒鉛筆またはシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはならない。時計に組み込まれたアラーム機能, 計算機能, 辞書機能などを使用してはならない。
 7. マークをするとき, 枠からはみ出したり, 枠のなかに白い部分を残したり, 文字や番号, 枠などに○や×をつけたりしてはならない。
 8. 訂正する場合は, 消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
 9. 解答用紙を折り曲げたり, 破ったりしてはならない。採点が不可能になる。
 10. 試験時間中に退場してはならない。
 11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
 12. 問題冊子, 計算用紙は必ず持ち帰ること。
- ◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
○	● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位	1 の 位
-	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Z
●	○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ● ○ ○ ○ ○ ○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square}$ とする。

0 を、 $\frac{\square}{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ にあてはめる場合 $\frac{\square}{\square} \sqrt{\square}$ とする。

以下余白

次頁へ続く

1 (1)

$$\log_{10} x + \log_{10} y - \log_{10}(y + 1) = 1$$

を満たす整数 x, y に対して,

$$x + y = \boxed{\text{ア}} \text{ または } \boxed{\text{イ}}$$

が成り立つ。ここで $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$ とする。

(2) $(100.1)^7$ の 100 の位の数字は $\boxed{\text{ウ}}$ であり, 小数第 4 位の数字は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $\triangle ABC$ において $AB > AC$, $BC = 8$, $\cos A = \frac{9}{40}$ であり, 辺 BC の中点を M とすると $AM = 5$ である。このとき,

$$AB^2 + AC^2 = \boxed{\text{オ}}, \quad AB \cdot AC = \boxed{\text{カ}}$$

である。したがって

$$AB = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}, \quad AC = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

2 a を実数とし、2つの放物線

$$C: y = -x^2 + 4, \quad C_a: y = (x - a)^2 + a$$

を考える。

(1) C と C_a が異なる2点で交わるための条件は、

$$-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}} > 0$$

であり、したがって

$$\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$$

である。このとき

$$b = \sqrt{-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}}}$$

とおくと、 (a, b) は中心が $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ で、半径が $\boxed{\text{チ}}$ の円周上にある。

(2) $\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$ のとき、 C と C_a との交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とすると、

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ツ}} a + \boxed{\text{テ}}$$

$$2\alpha\beta = \boxed{\text{ト}} a^2 + \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニ}}$$

$$\beta - \alpha = \boxed{\text{ヌ}} b + \boxed{\text{ネ}}$$

である。

(3) C と C_a により囲まれた図形の面積は、 $a = \boxed{\text{ノ}}$ のときに
最大値 $\boxed{\text{ハ}}$ をとる。

3 ボタンを押すと、0と1のどちらか一方の数字を表示する機械がある。ボタンを連続して押すとき、直前に表示された数字と同じ数字が再び表示される確率は $\frac{2}{3}$ 、違う数字が表示される確率は $\frac{1}{3}$ である。ただし、始めにボタンを押すときには、0と1が表示される確率は等しい。

(1) 4回連続してボタンを押すとき、4回とも同じ数字が表示され

る確率は $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$ である。また、4回目に表示された数字が1で

ある確率は $\frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$ である。

(2) 4回連続してボタンを押すときに表示される数字の合計が1で

ある確率は $\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}$ である。また、合計が2である確率は $\frac{\text{ム}}{\text{メ}}$

である。

(3) 始めに表示された数字が1のとき、さらに4回連続してボタン

を押して表示される4つの数字の合計が2である確率は $\frac{\text{モ}}{\text{ヤ}}$

である。

