産業医科大学

2025 年度　一般選抜　数学

（100 分）

注　意

問題 **3**, **4** は解答に至る流れがわかるように導出も記述すること。ただし，途中の式変形などは適宜省略すること。

1 次の文章を読んで以下の設問に答えなさい。既約分数または有効数字 2 桁で答えること。

ある人の酸素運搬と酸素消費量に関して次のことがわかっている。

・心拍出量（1 分間に心臓から全身へ送り出される動脈血の体積）：5.0 L

・血中ヘモグロビン濃度：15 g/dL

・1 g のヘモグロビンが結合できる酸素の最大量：6.0×10^{-5} モル（動脈血に含まれているヘモグロビン全てが酸素と結合している場合）

・心臓から全身へ送り出されるとき血液に含まれているヘモグロビンは全て酸素と結合しているが，全身をまわる間に酸素は消費され，心臓に戻ってくるときには酸素と結合している割合は 80% になっている。

・呼吸によって 1 分間に肺に入ってくる空気の量：6.0 L

・空気中の酸素の割合：20%

・酸素は肺によってのみ体内に吸収される。

血液中の酸素はヘモグロビンと結合しているものだけとする。

1 L = 10 dL = 1000 mL である。

(1) 1 分間に心臓から全身へ送り出される血液中に含まれるヘモグロビンの量は何 g か答えなさい。

(2) 1 分間に心臓から全身へ送り出される血液中に含まれる酸素の量は何モルか答えなさい。

(3) 1 分間に消費される酸素の量は何モルか答えなさい。

(4) 呼吸によって 1 分間に肺に入ってくる酸素の量は何モルか答えなさい。ただし，酸素 1 モルは 22.4 L である。

(5) 消費量と同量の酸素を肺が吸収しているとき，肺での酸素吸収率は何 % か答えなさい。

2 (1) から (10) の設問に答えなさい。答えが分数になるときは，既約分数で書くこと。

(1) x に関する 5 次方程式，$x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 10x^2 + 4x - 8 = 0$ は実数解を 1 つ，純虚数の解を 4 つ持っている。これらの解を求めなさい。虚数単位を i とする。

(2) ベクトル $\vec{a} = (5,\ 5)$，$\vec{b} = (-1,\ -3)$ とする。ベクトル $\vec{p}$ は $(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$ を満たす。また，ベクトル $\vec{c} = (2,\ 1)$ に対して，ベクトル $\vec{x}$ は $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot (\vec{p} - \vec{c}) = 0$ を満たす。

このとき $|\vec{x} - \vec{c}|$ の最小値を求めなさい。

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \left\{ x + 3\sqrt{|x|} + (x + \sin x)^3 \right\} dx$ を求めなさい。

(4) 25^{119} は 167 桁の数である。25^{29} は何桁の数になるか答えなさい。

(5) $2xy + 4x - 9y = 36$ を満たす整数 x，y の組は全部でいくつあるか答えなさい。

(6) 四面体 OABC は全ての面が合同である。$\mathrm{OA} = 2\sqrt{2}$，$\mathrm{OB} = \sqrt{5}$，$\mathrm{AB} = 3$ のとき，この四面体の体積を求めなさい。

(7) $y = \log(px)$，$x = 1$，$x = 2$ および x 軸で囲まれた領域を x 軸のまわりに回転させた図形を考える。この図形の体積が最小になる p の値は Ae である。A を答えなさい。ただし e は自然対数の底である。

(8) 1 から 8 までの数字が等しい確率で出る正八面体のサイコロがある。このサイコロを 7 が 2 度出るまで振り続ける。5 回目で 2 度目の 7 が出る確率を求めなさい。

(9) 次の連立方程式を解きなさい。ただし $0 < y \leqq x < \pi$ とする。

$$\begin{cases} \sin(2x - y) + \sin(x - 2y) = -\sin x + \sin y \\ \cos x + \cos y = \sin x + \sin y \end{cases}$$

必要であれば以下の公式を用いてもよい。

$$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$$
$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$

(10) 外接する 2 つの円 C_1，C_2 があり，直線 l は円 C_1 と点 P，円 C_2 と点 Q で接している。円 C_1，C_2 の中心を結ぶ直線が直線 l と交わる点を点 R とする。円 C_1 の半径が 2，円 C_2 の半径が 6 であるとき，線分 PR の長さを求めなさい。

3 実数 t に対して，円 $\mathrm{C}: x^2+y^2-2(t-1)x+ty+2t-3=0$ を考える。t の値が変化すると，円 C の中心はある直線上を移動し，円の大きさも変化する。以下の問いに答えなさい。答えが分数の場合は既約分数の形にすること。

(1) 円 C の中心が通る直線の式を $y=ax+b$ の形で表したときの a，b を求めなさい。

(2) 円 C の半径が最小になるときの t の値と中心の座標を求めなさい。

(3) 任意の t に対して，円 C がつねに通る点が 2 つある。その 2 点のうち，y 座標が負となる点を点 A，もう 1 点を点 B とする。点 A，B の座標を求めなさい。

(4) $t=1$ のとき，円 C の中心と点 A を結ぶ直線が点 A 以外で円 C と交わる点を点 P とする。点 P と (3) の点 A，B がなす三角形 PAB の面積を求めなさい。

4 1 回に 1 個または 2 個食べることができるお菓子がある。n 個までの食べ方の数を a_n とする（n は自然数とする）。たとえば $n=3$ ならば，(i) 1 回に 1 個ずつ，3 回で食べる，(ii) 1 回目で 2 個，2 回目で 1 個食べる，(iii) 1 回目で 1 個，2 回目で 2 個食べる，のように (i)〜(iii) の 3 とおりの食べ方があるので $a_3=3$ である。下記の問いに答えなさい。

(1) a_5 を答えなさい。

(2) $n \geqq 3$ のときに，a_n を a_{n-1} と a_{n-2} を使って表しなさい。

(3) a_n の一般項は $a_n=\dfrac{1}{\mathrm{A}}(\mathrm{B}^{n+1}-\mathrm{C}^{n+1})$ と表すことができる。A，B，C を求めなさい。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めなさい。