帝京大学

2023 年度　一般選抜　物理

物理①

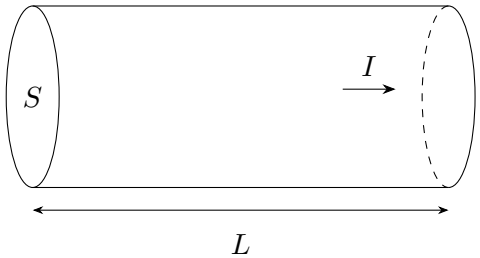
（2 科目　120 分）

（注）解答欄には答えのみを記入してください。

1（注）原本で設問省略

2 以下の文中の空欄 (1) 〜 (8) に適切な数式を入れよ。

図のように，断面積 S，長さ L の金属線の両端に電圧 V（> 0）をかけたところ，大きさ I の電流が流れた。自由電子の運動にもとづいて，この金属線の抵抗について考える。与えられた電圧 V により生じる電場に逆らって，電荷 e（> 0）の粒子を金属線の端から端までゆっくり移動させるのに必要な仕事が (1) であることから，その値を L と電荷 e で割ることにより，生じる電場の強さは (2) であるとわかる。このとき，金属線内を流れる自由電子は，上記の電場から大きさ (3) の力を受ける。ただし，自由電子 1 個あたりの電荷を $-e$ とする。このようにして加速された自由電子は，金属線内の陽イオン等の粒子と衝突することにより抵抗力を受け，平均として一定の速さで金属線内を運動する。自由電子が受ける抵抗力の大きさが，自由電子の速さ v に比例し，kv（k は比例定数）と表せるならば，自由電子にはたらく力についてのつり合いの式は (4) となる。一方で，金属線の単位体積あたりに n 個の自由電子が存在するとすれば，金属線の断面を 1 秒間に通過する自由電子は (5) 個で，その電荷を考えると $I =$ (6) の関係が成り立つ。以上のことから，$V =$ (7) $\times I$ と表すことができ，この式をオームの法則と比較することで，金属線の抵抗率は (8) と求めることができる。



図

3 医学においては，胸部レントゲンやマンモグラフィーなどで X 線を用いた画像診断が行われているが，X 線の発生には図 1 に示すような X 線発生装置が用いられている。高電圧装置によって陽極と陰極の間に電圧をかけると，フィラメントを熱して発生した熱電子が加速されてモリブデン製ターゲットに衝突し，電子が急減速することによって X 線が発生する。発生した X 線の強度と波長の関係（スペクトル）は図 2 のようになり，連続 X 線および特性 X 線の K_α 線と K_β 線が観測される。図 2 において，連続 X 線の最短波長を λ_0 とする。プランク定数を $6.6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$，電気素量を $1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$，真空中の光速を $3.0 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$ とし，万有引力の影響を無視して，以下の設問に有効数字 2 桁で答えよ。

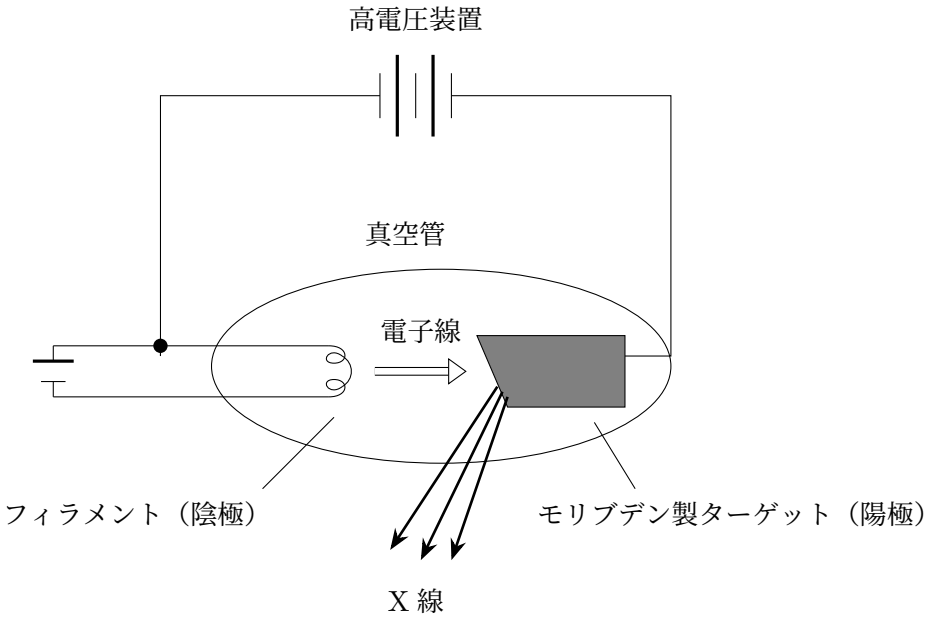


図 1　X 線発生装置

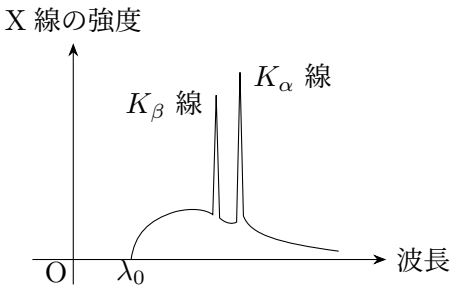


図 2　X 線スペクトル

(1) 高電圧装置の典型的な電圧は，胸部レントゲンは $1.0 \times 10^2\,\mathrm{kV}$，マンモグラフィーは $3.0 \times 10\,\mathrm{kV}$ である。これらの電圧をかけたときの連続 X 線の最短波長 λ_0 は，それぞれ何 m か。

次に，特性 X 線について考える。水素原子のボーア模型と同様に，モリブデン原子にもエネルギーが異なる電子の層が複数存在する。この層を電子殻といい，エネルギーの低い方から K 殻，L 殻，M 殻，$\cdots$ とよばれる。図 3 は，モリブデン原子の各電子殻のエネルギー準位であり，電子が原子核から十分に遠く離れている状態（電離状態）を基準とすると，K 殻，L 殻，M 殻のエネルギー準位はそれぞれ $-20.00\,\mathrm{keV}$，$-2.52\,\mathrm{keV}$，$-0.39\,\mathrm{keV}$ である。

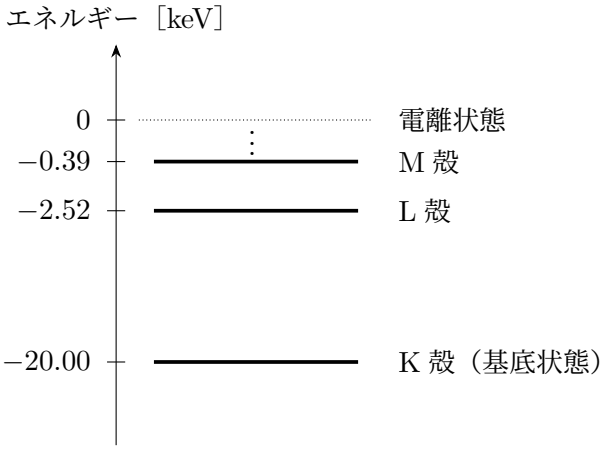


図 3　モリブデン原子のエネルギー準位

(2) 特性 X 線を発生させるためには，電圧によって加速された電子により K 殻の電子を原子外にはじき出す（イオン化させる）必要がある。このときに必要な，加速された電子の運動エネルギーの最低値は何 J か。また，その運動エネルギーを得るために高電圧装置にかけるべき電圧は何 V か。

(3) 電子が L 殻から K 殻，M 殻から K 殻に遷移するときに発生する光子が，それぞれ特性 X 線の K_α 線，K_β 線に対応する。K_α 線，K_β 線の波長は，それぞれ何 m か。

物理②

（2 科目　120 分）

（注）解答欄には答えのみを記入してください。

1 水平でなめらかな床からの高さ h_0［m］の点 O から，質量 m［kg］の小球を自由落下させたところ，小球は床ではねかえった後，高さ $\frac{1}{4}h_0$［m］の点 P まで上がった。重力加速度の大きさを g［m/s^2］とし，次の問いに答えよ。

(1) 小球が床に当たる直前の速さは何［m/s］か。

(2) 小球が床に当たってはねかえった直後の速さは何［m/s］か。

(3) 小球と床とのはねかえり係数はいくらか。

(4) この衝突によって床が受けた力積はどちら向きに何［N·s］か。

(5) 点 P まで上がった小球は再び落ちてきて床ではねかえり，点 Q まで上がった。床から点 Q までの高さは何［m］か。

(6) 小球が n 回目に床に当たってはねかえった直後の速さは何［m/s］か。n を用いて表せ。

2 以下の文中の空欄 (1) ～ (12) に適切な数式を入れよ。

極板間隔が可変な平行板コンデンサー C_1，C_2，C_3，C_4 がある。これら 4 つの平行板コンデンサーは極板間が真空で極板間隔が d［m］のとき電気容量は C［F］である。なお，下記の問いでは，極板間隔によらず極板間には一様な電場が生ずるものとする。

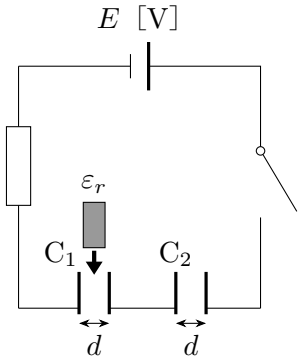


図 1

図 1 のように極板間の距離を d［m］にした 2 つの平行板コンデンサー C_1，C_2 と，抵抗とスイッチが起電力 E［V］の電池につながれている。はじめ，極板間は真空で，スイッチは開かれており，C_1 と C_2 には電荷はないものとする。

スイッチを閉じ十分に時間が経過したときの C_1 に蓄えられた電気量は (1) ［C］であり，C_1 と C_2 に蓄えられた静電エネルギーの和は (2) ［J］である。このとき電池のした仕事は (3) ［J］である。したがって抵抗で発生したジュール熱は (4) ［J］である。

次にスイッチを閉じたまま，比誘電率 ε_r の誘電体を C_1 の極板間をすべてみたすように挿入した。このときの C_1 に蓄えられた電気量は (5) ［C］となる。C_1 と C_2 に蓄えられた静電エネルギーの和は誘電体を挿入する前とくらべて (6) 倍になっている。

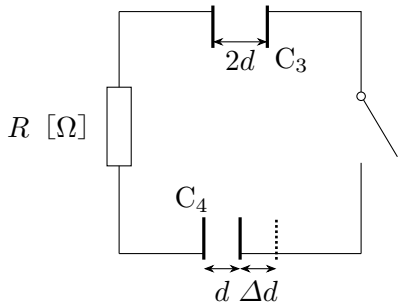


図 2

図 2 のように極板間の距離を $2d$［m］にした平行板コンデンサー C_3，極板間の距離を d［m］にした平行板コンデンサー C_4 と，抵抗値が R［Ω］の抵抗とスイッチから構成される回路を考える。極板間は真空で，はじめスイッチは開かれており，C_3 に蓄えられた電気量は Q［C］（$Q > 0$）で C_4 には電荷はないものとする。

スイッチを閉じ十分に時間が経過したときの C_4 に蓄えられた電気量は (7) ［C］である。次にスイッチを開いてから，外力を加えながら C_4 の極板間の距離を d［m］から $d + \Delta d$［m］まで平行を保ったままゆっくり広げた。このときの C_4 の極板間の電位差は (8) ［V］である。C_4 に蓄えられた静電エネルギーの増加分は，加えた外力がした仕事に等しいことから外力の大きさは (9) ［N］である。

この後，再びスイッチを閉じた。このスイッチを閉じた瞬間に流れる電流の大きさは (10) ［A］である。$\Delta d = d$ とすると，スイッチを閉じてから十分に時間が経過したときの C_4 の極板間の電位差は (11) ［V］となり，この間に抵抗で発生したジュール熱は (12) ［J］となる。

3 医学の臨床検査における血清中のタンパク質の濃度測定では，図 1 のようなアッベの屈折計が使われることがある。試料中のタンパク質の濃度が増すと屈折率が増加するので，屈折率から濃度を推定できるからである。求めたい試料の屈折率を n とし，アッベの屈折計の原理を考えよう。アッベの屈折計では，屈折率 N（$> n$）と頂角 α が既知のプリズムを使用する。プリズムの上に測定対象の試料をのせ，試料の内部から，試料とプリズムの境界面へ向けて，光をさまざまな角度で入射させる。試料からプリズムへの入射角が θ のときの屈折角を β とし，プリズムから空気中に出てくるときの角度を φ とする。空気の屈折率を 1 とし，以下の (ア)〜(サ) にあてはまる数値，文字式，記号を答えよ。

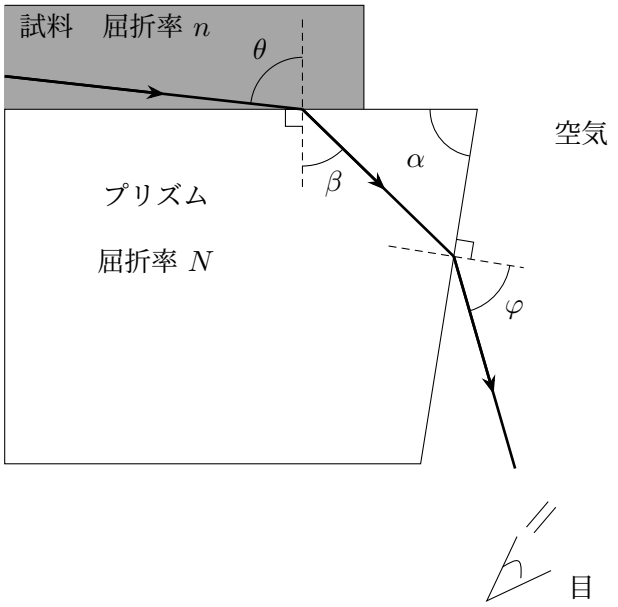


図 1　アッベの屈折計

(1)　入射角が θ のとき，試料からプリズムへ入射する際の屈折の法則は，$\dfrac{\sin(\ \text{ア}\ )}{\sin(\ \text{イ}\ )} = \dfrac{N}{n}$ と書ける。また，プリズムから空気中に出てくる際の屈折の法則は，$\dfrac{\sin(\ \text{ウ}\ )}{\sin(\ \text{エ}\ )} = \dfrac{1}{N}$ と書ける。

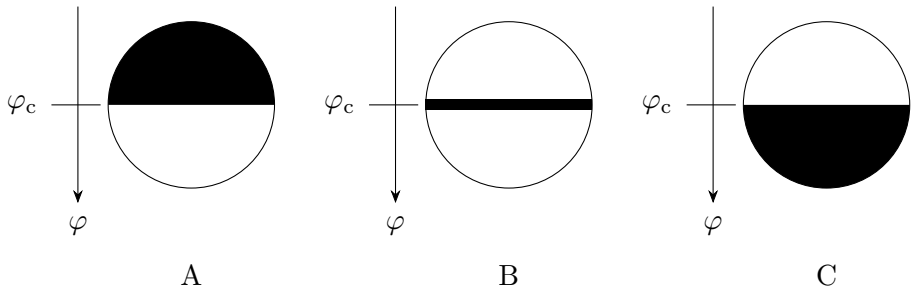
次に，入射角 θ を 90° に限りなく近づけたとき，光がプリズムから空気中に出てくるときの角度 φ が φ_{c} に限りなく近づいたとする。

(2)　試料の屈折率 n は，屈折率 N，角度 α，角度 φ_{c} を用いて次式で表すことができる。

$$n = \sqrt{(\ \text{オ}\ )^2 - \sin^2(\ \text{カ}\ )}\,\sin(\ \text{キ}\ ) - \cos(\ \text{ク}\ )\sin(\ \text{ケ}\ )$$

屈折率 N と角度 α は既知だから，角度 φ_{c} を測定すれば，この式から n の値がわかる。

(3) プリズムから空気中に出てくる光を観察すると角度 φ_c 前後で特徴的な明暗が見られる。図 2 に示す A〜C のパターンのうち，観測される正しい明暗は (コ) である。実際のアッベの屈折計では，明暗の位置から逆に角度 φ_c を求めることができるように工夫されている。



A　　B　　C

図 2　明暗のパターン。白い部分が明るく，黒い部分が暗い。図の下方向が角度 φ の大きくなる向きである。

ところで，アッベの屈折計でプリズムの頂角を $\alpha = 90°$ としたものを，特にプルフリッヒの屈折計とよぶ。

(4) プリズムの屈折率が $N = \sqrt{\dfrac{91}{36}}$ のプルフリッヒの屈折計を用いて，ある試料の測定を行ったとき，$\varphi_c = 60°$ であった。この試料の屈折率を既約分数で求めると $n =$(サ) である。