帝京大学

2023 年度　一般選抜　数学

数学①

（2 科目　120 分）

1 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 放物線 $y = 2x^2 - 3x + 4$ に点 $\left(1,\ -\dfrac{1}{8}\right)$ から引いた接線の接点のうち，x 座標が正である接点は $(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$ である。

(2) 3 次関数 $f(x)$ はある実数 $p \neq 0$ に対して，

$f'(p) = f'(2p) = \dfrac{p^2}{3}$，$f(p) = f(2p) = 0$ を満たすとする。

このとき，$f(p+1) = ap^2 + bp + c$ と表すことができ，

$a =$ □ ウ □，$b =$ □ エ □，$c =$ □ オ □ である。ただし，関数 $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ で表すものとする。

2 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$，$-\dfrac{\pi}{2} < y < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

連立方程式

$$\begin{cases} \cos x + \sin y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x + \cos y = \dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

の解 x，y について，$\sin(x+y) =$ □ ア □ であり，

$x =$ □ イ □ π，$y =$ □ ウ □ π である。

(2) 平面上のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 1$，$|-2\vec{a} + 7\vec{b}| = 1$ を満たすとする。このとき，$|\vec{a} + \vec{b}|$ の最大値は □ エ □，最小値は □ オ □ である。

3 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 赤，青，黄のさいころを投げるとき，

(i) 出た 3 つの目に 1 が含まれる確率は［　ア　］である。

(ii) 出た 3 つの目のうち，ある 2 つの積が，残りの 1 つに等しくなる確率は［　イ　］である。

(iii) 出た 3 つの目の平均値が整数で，分散が 2 である確率は［　ウ　］である。

(2) $n = 2310\ (= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11)$ とする。このとき，n の正の約数は［　エ　］個ある。

また，正の整数 a と b の最小公倍数が n となる組 $(a,\ b)$ は［　オ　］組ある。ただし，a と b が異なる数の場合，$(a,\ b)$ と $(b,\ a)$ は異なる組と見なす。

4 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 関数 $f(x) = 3^{3x+1} - 42 \cdot 3^{2x-1} + 3^{x+1}\ (x \leqq \log_3 4)$ は，

$x =$［　ア　］で最大値［　イ　］をとる。また，最小値は［　ウ　］である。

(2) $\log_2 10^5$ の整数部分は［　エ　］である。また，$\log_2 10^2$，$\log_2 10^3$，$\log_2 10^5$ の小数部分を，それぞれ a，b，c とするとき，$2a + 7b - 5c =$［　オ　］である。

数学②

（2 科目　120 分）

1 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) x の 2 次関数 $f(x)$ が

$$\int_0^1 f(x+t)\,dt = x^2 - 2x + \frac{1}{2}f(x)$$

を満たすとき，$f(x) =$［ア］$x^2 -$［イ］$x +$［ウ］である。

(2) a を定数とする。2 つの放物線 $y = 2x^2 - 2x - 1$，$y = x^2 + 2ax - a^2 - a - 3$ が異なる 2 点で交わっている。2 交点のうち x 座標の小さいほうの交点を P とするとき，P の x 座標の最小値は［エ］であり，その最小値を与える a の値は［オ］である。

2 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 球 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ と平面 $x + 2y + 2z = 9$ が交わってできる図形を円 C とする。

(i) 円 C の半径は［ア］である。

(ii) 円 C 上に 2 点 P と Q をとるとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の最小値は［イ］である。ただし，O は原点とする。

(2) 長方形 ABCD の辺 AD 上に点 P，辺 CD 上に点 Q をとると，PQ = 20，
$\angle \mathrm{BPQ} = 90^\circ$，$\tan\angle \mathrm{PBQ} = \dfrac{4}{7}$，$\tan\angle \mathrm{QBC} = \dfrac{1}{8}$ であった。このとき，

(i) BC =［ウ］である。

(ii) $\tan\angle \mathrm{ABP} =$［エ］である。

(iii) AB =［オ］である。

3 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) すべての自然数を 1 から小さい順に並べ，下のように，並んでいる順にグループ分けし，k 番目のグループ G_k が $2k-1$ 個の連続する自然数から成るようにする。

$1, \mid 2,\ 3,\ 4, \mid 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9, \mid 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16, \mid \cdots$

G_1　　G_2　　G_3　　G_4

このとき，グループ G_n に含まれるすべての自然数の和を an^3+bn^2+cn-1 と表せば，$a=$ □ア□，$b=$ □イ□，$c=$ □ウ□ である。

(2) 袋の中に白玉，赤玉が合わせて 25 個入っている。この袋から玉をもどさずに 2 個取り出すとき，同じ色の玉を取り出す確率が $\dfrac{1}{2}$ になるような赤玉の個数は，
□エ□ または □オ□ である。ただし，□エ□ $<$ □オ□ とする。

4 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) m を定数とする。x の 2 次方程式 $x^2+mx+\dfrac{m}{2}=4$ が異なる 2 つの整数解をもつような m は □ア□ 個あり，そのうち最大のものは □イ□，最小のものは □ウ□ である。

(2) a を定数とする。x の方程式

$$\log_4(x-2)^2+3\log_8 x^2-\log_2(a+1)=0$$

が異なる 4 個の実数解をもつような a の値の範囲は，□エ□ $<a<$ □オ□ である。