帝京大学

2022 年度　一般選抜　数学

数学①

（2 科目　120 分）

1 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

関数 $y=(x+1)(x-3)\,|x-1|$ のグラフを C とする。

傾きが $\dfrac{11}{4}$ となる直線でグラフ C の接線となるものを考え，それらの接線とグラフ C との接点の x 座標のうち最大のものを x_L，最小のものを x_S とすると，

$x_L=$ □ア□，$x_S=\dfrac{6-\boxed{\text{イ}}}{6}$ である。

また，$x=x_L$ でグラフ C と接点をもつ接線を l_1 とする。l_1 と直線 $x=1$ に関して線対称となる直線 l_2 について，その y 切片の値を y_0，グラフ C との共有点の x 座標を x_0 とすると，$y_0=$ □ウ□，$x_0=$ □エ□ である。

したがって，グラフ C と直線 l_1 および直線 l_2 で囲まれる部分の面積を S とすると，

$S=$ □オ□ である。

2 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1)　$a_n=\sin\dfrac{n\pi}{6}$，$b_n=\cos\dfrac{n\pi}{3}$，$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とするとき，

(i)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{50}(a_n+b_n)=\frac{1}{2}\left(\boxed{\text{ア}}\right)$ であり，また，$\displaystyle\sum_{n=1}^{250}(a_n\cdot b_n)=$ □イ□ である。

(ii)　x に関する 2 次方程式 $2x^2-4a_nx-3b_n=0$ が，負の重解をもつための最小の n の値を n_0 とすると，$n_0=$ □ウ□ である。

(2)　動点 P は，数直線の 0 の位置にいる。この動点 P は 1 個のさいころを投げたときの出た目にしたがって，次の規則で動くとする。さいころを 3 回投げる。

第 1 回目に出た目の数だけ正の方向に動き，その位置から，

第 2 回目に出た目の数だけ負の方向に動き，その位置から，

第 3 回目に出た目の数だけまた正の方向に動いて止まる。

このとき，最後の位置が $+3$ になる確率は □エ□ である。

(3) 1 個のさいころを 4 回投げ，その出た目の数を順に a，b，c，d とする。

このとき，$a \cdot b = c \cdot d$ となる確率は [オ] である。

3 次の [　　] にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) AB $= 4$，BC $= 3$，CA $= 2$ の $\triangle$ABC に対し，$\angle \mathrm{A} = 3\theta$ とおく。$t = \cos\theta$ とおくと，t は 3 次方程式 $t^3 -$ [ア] $t -$ [イ] $= 0$ を満たし，$t =$ [ウ] となる。

(2) a を 0 でない定数とする。放物線 $y = x^2$ 上の 2 点を $\mathrm{A}(a,\ a^2)$，$\mathrm{B}(-a,\ a^2)$ とし，O を原点とする。

$\triangle$OAB の外接円の半径を R とするとき，$a = 3$ ならば $R =$ [エ] である。

また，a を動かすとき，R のとり得る値の範囲は $R >$ [オ] となる。

4 次の [　　] にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) x，y，z は正の整数で $\dfrac{1}{x} - \dfrac{y}{8} + \dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{4}$ $(x \geqq z \geqq 2)$ を満たす x，y，z の組は [ア] 組ある。

そのうち，$x + y + z$ の最大値は [イ] であり，そのときの $x =$ [ウ] である。

(2) $y \leqq -2x + 6$ かつ $y \leqq x + 3$ を満たし，点 $(1,\ 4)$ からの距離が 5 以下の範囲にあって，さらに，x 座標と y 座標がともに整数となる点 $(x,\ y)$ は [エ] 個ある。また，それらの点 $(x,\ y)$ について，$(x + y)\log_{10} 3 - y\log_{10} 2$ を計算したとき，その最大値は $\log_{10}$ [オ] である。

数学②

（2 科目　120 分）

1 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 放物線 $y = 2x^2$ …… ①と放物線 $y = -x^2 + x + 2$ …… ②の交点を x 座標が小さい順に A，B とする。放物線②の A と B の間の部分に点 $\mathrm{P}(t,\ -t^2 + t + 2)$ をとり，②の P における接線を l_t とする。

このとき，l_t と y 軸の交点の y 座標は $t^2 +$［　ア　］である。

また l_t と放物線①とで囲まれた部分の面積は，$t =$［　イ　］のとき，最小値［　ウ　］をとる。

(2) x の多項式 $f(x)$ は，次の式を満たす。

$$f(x) = \int_0^x tf'(t)\,dt + \int_0^x (t^3 - 1)\,dt$$

このとき，$f(x)$ の次数は［　エ　］であり，$f(1) =$［　オ　］である。

2 次の［　　］にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

(1) 関数 $f(\theta) = 8 - 2\sin 2\theta \left(\sin\theta + \cos\theta - \dfrac{1}{2}\right) + 2(\sin\theta + \cos\theta)\ (0 < \theta < \pi)$ の最大値は［　ア　］であり，そのときの $\theta =$［　イ　］π である。また，$f(\theta)$ の最小値は［　ウ　］である。

(2) $x^{200} + x^{199} + 7x^{198} + 2x^{197} + 4x^{196}$ を $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りは，

［　エ　］$x +$［　オ　］である。

3 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

6 個のランプが図のように 3 行 2 列に並んでいる。スイッチを押すと，6 個のランプが一斉に点灯し，それぞれ赤か青のどちらかの色が点灯する。どのランプも，赤の色が点灯する確率は $\frac{1}{3}$ とし，各ランプにどちらの色が点灯するかは独立とする。

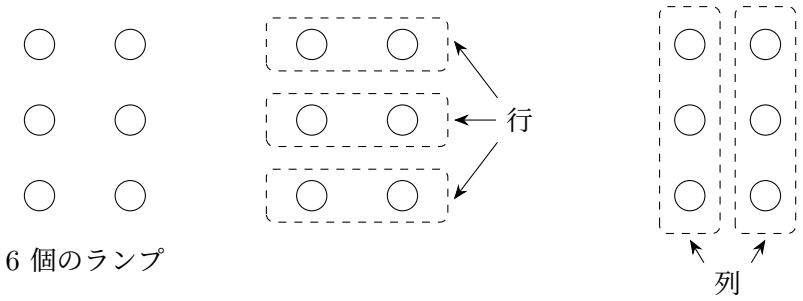
(1) ちょうど 3 個のランプに赤が点灯する確率は □ア□ である。

(2) 少なくとも 1 個のランプに赤が点灯する確率は □イ□ である。

(3) 少なくとも 1 つの列ですべてのランプに赤が点灯する確率は □ウ□ である。

(4) どの列でも少なくとも 1 個のランプに青が点灯する確率は □エ□ である。

(5) どの行でも少なくとも 1 個のランプに青が点灯する確率は □オ□ である。



4 次の □ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。解答が有理数となる場合には，整数または既約分数の形で答えること。

x，y が $(\log_{10} x)^2 + (\log_{10} y)^2 - \log_{10} x^2 - \log_{10} y^2 - 2 \leqq 0$ を満たすとする。

$xy = k_1$ としたとき，k_1 の最大値を 10^a，そのときの x の値を 10^b，y の値を 10^c とすると，$a =$ □ア□，$b =$ □イ□，$c =$ □ウ□ である。

また，$y = x^{\frac{1}{\sqrt{3}}} k_2$ としたとき，k_2 の最小値を 10^d，そのときの x の値を 10^e とすると，$d = \dfrac{3 - \boxed{\text{エ}}}{3}$，$e =$ □オ□ である。