山形大学

2026 年度　前期日程　数学

（120 分）

注　意　事　項

1　医学部受験者は，**第 1 問**，**第 3 問**，**第 4 問**，**第 5 問**の 4 問を解答してください．

2　直線定規は，使用してもかまいません．

1 見分けのつかない袋 A, B がある．袋 A には赤球が 4 つと白球が 6 つ入っており，袋 B には赤球が 8 つと白球が 2 つ入っている．このとき，次の問に答えよ．

(1) 袋を 1 つ選び，球を 1 つ取り出すとき，赤球が出る確率を求めよ．

(2) それぞれの袋から，球を 1 つずつ取り出すとき，それらが同じ色である確率を求めよ．

(3) 袋を 1 つ選び，球を 1 つ取り出したところ，赤球が出た．この球を元の袋に戻した後，同じ袋から球を 1 つ取り出したところ，再び赤球が出た．このとき，選んだ袋が A である条件付き確率を求めよ．

(4) (3) で 2 回目に取り出した赤球を元の袋に戻した後，同じ袋から球を 1 つ取り出したところ，白球が出た．このとき，選んだ袋が A である条件付き確率を求めよ．

3 平面上の △ABC において，AB = 2，AC = 3 とし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値は $\dfrac{3}{2}$ であるとする．辺 AB を 1 : 3 に内分する点を P とし，辺 AB を 3 : 1 に内分する点を Q とし，辺 AC を 1 : 2 に内分する点を R とし，辺 AC の中点を S とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right|$ を求めよ．

(2) ∠BAC の大きさを θ とするとき，$\sin\theta$ の値を求めよ．

(3) $\left|\overrightarrow{\mathrm{QR}}\right|$ を求めよ．

(4) 線分 BR と線分 CP の交点を D とする．$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

(5) 点 Q を通り辺 AB に垂直な直線と，点 S を通り辺 AC に垂直な直線の交点を E とする．$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ．

4 第 3 項が 2，第 6 項が 8 である等差数列を $\{a_n\}$ とし，その初項から第 n 項までの和を S_n とする．また，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とし，$T_n = 2b_n + 5n - 12$ であるとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) S_n を求めよ．

(3) b_1 を求めよ．

(4) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(5) 数列 $\{U_n\}$ を

$$U_n = \sum_{k=1}^{n} \left(2^{a_k} - b_k\right)$$

で定めるとき，U_n の最小値とそのときの n の値を求めよ．

5 次の問に答えよ．

(1) 関数 $f(x) = \dfrac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{2x} + e^{-2x}}$ に対して，曲線 $y = f(x)$ を C とする．このとき，次の (i), (ii), (iii) に答えよ．

(i) 極限値 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ と $\lim_{x \to -\infty} f(x)$，および $f'(x)$ を求めよ．

(ii) 曲線 C について，傾きが 2 の接線 L の方程式を求めよ．

(iii) 直線 L と曲線 C および直線 $x = \log \sqrt{2}$ で囲まれた部分の面積を求めよ．

(2) 微分可能な関数 $f(x)$ $(x > 0)$ は，区間 $(0,\ \infty)$ でつねに $f(x) > 0$，$f'(x) > 0$，および

$$f'(f(x))f'(x)f(x) = \frac{d}{dx}\int_1^{f(x)} f(u)du$$

を満たすものとする．このとき，次の (i), (ii) に答えよ．

(i) $\dfrac{f(f(x))}{f(x)}$ は区間 $(0,\ \infty)$ で定数であることを示せ．

(ii) $f(1) = 1$ のとき，$f(x)$ を求めよ．